# MASTER NEGATIVE NO. 91-80173-12

# MICROFILMED 1991

# COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES/NEW YORK

as part of the "Foundations of Western Civilization Preservation Project"

Funded by the NATIONAL ENDOWMENT FOR THE HUMANITIES

Reproductions may not be made without permission from Columbia University Library

# **COPYRIGHT STATEMENT**

The copyright law of the United States -- Title 17, United States Code -- concerns the making of photocopies or other reproductions of copyrighted material...

Columbia University Library reserves the right to refuse to accept a copy order if, in its judgement, fulfillment of the order would involve violation of the copyright law.

AUTHOR:

HELM, GEORG

TITLE:

LEHRE VON DER ENERGIE...

PLACE:

LEIPZIG

DATE:

1887

Master Negative # 9/-80/73 - /2

# COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES PRESERVATION DEPARTMENT

#### **BIBLIOGRAPHIC MICROFORM TARGET**

Original Material as Filmed - Existing Bibliographic Record

H36

Helm, Georg

1851-1923

Die lehre von der energie, historisch-kritisch entwickelt, nebst beiträgen zu einer allgemeinen energetik
Leipzig 1887

0 5 + 104 p

Restrictions on Use:

TECHNICAL MICROFORM DATA

FILM SIZE: 35000 REDUCTION RATIO: 1X

IMAGE PLACEMENT: IA (IIA) IB IIB

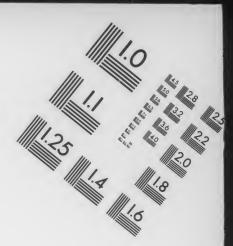
DATE FILMED: 8.44.91 INITIALS LOGGIAL.

FILMED BY: RESEARCH PUBLICATIONS, INC WOODBRIDGE, CT

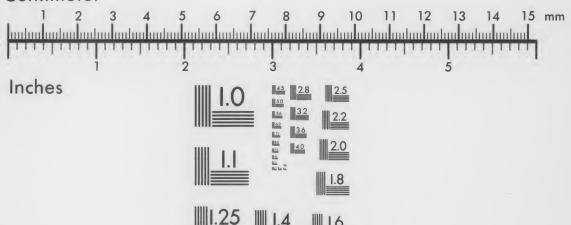


#### Association for Information and Image Management

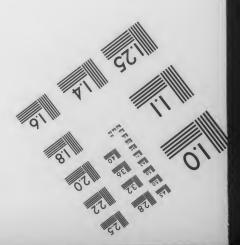
1100 Wayne Avenue, Suite 1100 Silver Spring, Maryland 20910 301/587-8202



Centimeter



MANUFACTURED TO AIIM STANDARDS
BY APPLIED IMAGE, INC.



Columbia University in the City of New York

Library

Special Fund

Given anonymously

Die

# Lehre von der Energie

historisch-kritisch entwickelt.

Nebst Beiträgen zu einer allgemeinen Energetik.

Von

Dr. Georg Helm,

Oberlehrer an der Annenschule zu Dresden.

Leipzig.

Verlag von Arthur Felix.

1887.

118 H36

# Inhaltsverzeichnis.

. 1
•
4
7
12
16

Zweiter Teil.	reito
Die Begründung des Energiegesetzes.	
V. Abschnitt: Die Aufstellung des Energieprinzips Robert Mayer, Schrift von 1842 23. Kraftbegriff bei Mayer 24. Wärmeäqufvalent 24. Die Schrift von 1845 24. Mayers Ausgangsgedanken, ihr Erfahrungsinhalt 25. Notwendigkeit fachmännischer Ergänzungen 26. Colding 27.	23
VI. Abschnitt: <b>Die experimentellen Belege der Äquivalenz</b> Joule 1843–28. Wahrer Erkenntnisgrund Joules 29. Das Experiment allein beweist nicht 29. Bedeutung der Joule'schen Versuche für die Befestigung der Energie-Ideen 30.	27
VII. Abschnitt: Die Erhaltung der Energie	31
Axiomatische Sätze 31. Das Prinzip von der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile 31. Sein Sinn für die mechanische Weltanschauung und unabhängig von dieser 32. Hypothese der Zentralkräfte 33. Satz von der Erhaltung der Energie 34.	
VIII. Abschnitt: Die Eigenenergie der Körper	34
Die Energieerhaltung und der Energievorrat 34. Clausius 35. Thomsons Definition 35. Gesetz der Eigenenergie 36.	
IX. Abschnitt: Die Terminologie Aufnahme des Energiegesetzes bei den Zeitgenossen 36. Thomson 37. Synonyme für Kraft 37. Bernoulli, Varignon, Young 38. Verdienst Thomsons 38. Rankine 38. Herschels Angriff und Rankines Verteidigung 39. Wert der Terminologie für volkstümliche Verbreitung 40.	36
X. Abschnitt: Das Ergebnis	41
Standpunkt dieses Buches den Vorarbeiten gegenüber 41. Induktiver Beweis, Ablehnung anderer Beweise 41. Das Energieprinzip, zwei Anwendungsarten 42. Aktuelle und latente Energie 42. Die Energieformen 43.	**
Dritter Teil.	
Die Energetik.	
XI. Abschnitt: Das Energiegesetz als Integralgesetz	45
Die Energiebilanz 45. Kosmische Anwendungen 45. Freiheit von Hypothesen 46. Synthetische Sätze 46. Das Energiegesetz als Postulat 47. W. Webers Energiegesetz 48. Nichtumkehrbarkeit bei molekularen Vorgängen 49.	
XII. Abschnitt: Der Einfluss des Entropiegesetzes	50
Übergang und Umformung 50. Zweiter Hauptsatz der Wärme- theorie 51. Entropie 52. Niehtumkehrbarkeit bei Wärmeüber- gängen 53. Mechanische Erklärung des Entropiegesetzes 54. Ver- wertung des Entropiegesetzes 55.	

XIII. Abschnitt: Das Energiegesetz als Grundgesetz
Energetik 57. Rankine, Maxwell 57. Tendenzbegriff 58. Analytische Analogien 59. Intensität und Quantität 61. Intensitätsgesetz 62. Mach, Zeuner 63. Koppelung 65.
XIV. Abschnitt: Die Formen der Energie
Mayers Tafel 66. Tendenz zur Zurückführung auf zwei Formen 66. Das Wesentliche in der Verschiedenheit der Energieformen 67. Reduktion durch die Vorstellungen des Raumes und der Bewegung 68. Zulässigkeit der Vernachlässigungen 69. Freie Energie 69.
Schluss
Mangelhafte Anerkennung der Energie-Ideen 71. Idealismus und Realismus im Energieprinzip 71. Volkswirtschaftliche Anwend- ungen 72.
<b>Anmerkungen</b> Nummer 1—79

Auch die Wissenschaft hat ihren Stil. Wie irgend eine Gesamtheit von Erscheinungen zum wissenschaftlichen Ausdrucke gebracht wird, ja welche Erscheinungsgruppen überhaupt die wissenschaftliche Aufmerksamkeit erregen, das wird von dem einen Zeitalter anders geregelt, als vom andern. Und durchaus nicht immer werden die Erscheinungen auf die zur Verfügung stehende einfachste Art zur Darstellung gebracht. An der Stofftheorie des Lichtes und der Wärme hielt man fest, als sie längst nicht mehr der zweckmässigste Ausdruck der bekannten Erscheinungen war, als längst durch anerkannte Forscher andere Darstellungsweisen in Vorschlag gebracht worden waren. Die Erscheinungen auf die einfachste Weise zu beschreiben, sie "ökonomisch" oder "nach dem Prinzipe des kleinsten Kraftmaasses" darzulegen, ist bereits ein - keineswegs immer eingehaltenes - Stilprinzip, ähnlich etwa wie das, welches im Kunstgewerbe die Verwendung aller der Natur des Materials fremden Formen verwirft. Und selbst wenn jenes in neuerer Zeit vielfach hervorgehobene Stilprinzip 1) eingehalten wird, ist noch Mannigfaltigkeit der wissenschaftlichen Auffassung möglich. Was im gegebenen Falle das Ökonomischste ist, das bleibt schon auf beschränkteren Erscheinungsgebieten der Wahl überlassen, vor allem aber haben bei den grossen zusammenfassenden Wissenschaftsdarlegungen der Geschmack und die ganze Richtung der Zeit einen wesentlichen Einfluss.

Nur ein solcher Standpunkt gewährt einen befriedigenden geschichtlichen Überblick über den grossen Fortschritt der Neuzeit,

 $<sup>^{1}</sup>$ ) Siehe die Anmerkungen am Ende des Buches. Helm, Energie.

der in der allgemeinen Anerkennung der Energievorstellungen liegt. Wer in der Auffindung der wissenschaftlichen Wahrheit allein das Wesentliche historischer Entwickelung der Wissenschaft sieht, wird auf diesem Gebiete leicht zu ungerechten Urteilen verleitet werden. Dass es auf die Vertiefung und Verbreitung der zur Darlegung der neuen Gesetze nötigen neuen Ideen, auf die tiefere Einsicht in die Tragweite derselben, auf ihre Anerkennung als Leitfäden weiterer Forschung ankommt, — das ist der Standpunkt, von dem aus dieses Buch die Entwickelung der Energievorstellungen historisch verfolgen will.

Die naturgesetzliche Feststellung der neuen Wahrheit ist nur ein kleiner Teil der ganzen auf sie verwendeten Geistesthätigkeit. Die zeitlich bei weitem ausgedehntere Arbeit wird auf die Ausbildung der Ideen verwendet, die sich später im Gesetze verknüpfen; oder verwendet, die Begriffe sprachlich und mathematisch klarzustellen, ohne deren deutliches Durchschauen keine bequeme und sichere Benutzung des Gesetzes möglich ist. Während der Naturforscher das Gesetz dann als sein Handwerkszeug benutzt, ohne zu fragen, von wannen es kommt, treten in der historischen Darlegung jene Ideen und Begriffe in den Vordergrund des Interesses.

Und man würde sehr fehlen, wenn man einer solchen Untersuchung nur historische Bedeutung beilegen wollte. Sie wird vielmehr auch den Naturforscher, indem sie ihn über den Ursprung der Gedanken aufklärt, in ihrer Anwendung sicherer machen. Von England abgesehen zeigt sich überall eine gewisse, erst allmählich schwindende Scheu, der Energie-Ideen sich zu bedienen. Sie haben ja Berührungspunkte mit der älteren Newton'schen Mechanik, aber sie stehen doch auf einem selbständigen Boden und scheuen selbst den Kampf nicht mit den Newton'schen Begriffen. Mancher hat daher wohl das Gefühl, als sei die Unterlage eine unsichere, auf der das moderne Energiegesetz ruht und als habe seine Entwickelung leichtfertige Schritte gemacht. Aber er möge bedenken, dass die ganze Bedeutung eines Naturgesetzes allein im Erfolg liegt, in der Macht mit der es uns gestattet, die Welt erkennend zu beherrschen, oder in der einfachsten Weise zu beschreiben, und dass die letzten Begründungen immer schwankende bleiben, weil sie aus dem exakten Gebiete hinausführen, ja dass gerade das Bedenkliche der Grundlagen jener Newton'schen Mechanik durch die neueren Kritiken des Beharrungs-, des Kraftund des Massenbegriffs immer klarer hat hervorgehoben werden

können. Wer diese Umstände ins Auge fasst, wird in der historischen Erörterung ein vorzügliches Mittel erkennen, um zu einer gerechten Würdigung des Energiegesetzes zu gelangen.

Zu diesem Zwecke müssen vor allem die Quellen aufgedeckt werden, aus denen sich die Energievorstellungen entwickelt haben, die Elemente, welche im Geiste der bahnbrechenden Forscher zu den neuen Ideen zusammengefasst wurden. Diese Quellen liegen aber durchaus nicht auf dem Spezialgebiete allein; sie liegen auch auf den in anderen Wissenschaftsgebieten herangebildeten Vorstellungsweisen, ja sie erhalten ihre mächtigsten Zuflüsse aus den Bereichen der allgemeinen grossen Kulturfaktoren.

## TEIL I.

# Die Quellen der Energie-Ideen.

#### Die theoretische Mechanik.

Das Energiegesetz findet seine feste wissenschaftliche Wurzel in drei Sätzen der theoretischen Mechanik; dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten, dem Satze von der lebendigen Kraft beim elastischen Stosse<sup>2</sup>), endlich dem Prinzip der lebendigen Kraft. Welche Bedeutung diese Sätze in der Geschichte der Mechanik gewonnen, wie sich gerade an ihnen die tieferen mechanischen Einsichten entwickelt haben, das ist in den historischen Darstellungen der Mechanik oft genug hervorgehoben worden. In welch inniger Beziehung diese drei Prinzipien aber zu den modernen Energieideen stehen, erkennt man sogleich, wenn man sie in der Terminologie dieser Vorstellungsgruppe ausspricht:

Bei jeder möglichen Verwandlung potentieller Energien in andere potentielle Energien (z. B. eines andern Körpers) bleibt doch die gesamte potentielle Energie unverändert.

Bei jeder Verwandlung kinetischer Energien in andere kinetische Energien bleibt doch die gesamte kinetische Energie unverändert.

Bei jeder Verwandlung kinetischer Energie in potentielle oder potentieller in kinetische bleibt doch die gesamte Energie unverändert.

Also in Summa: Bei allen Verwandlungen mechanischer Energien in einander bleibt der Gesamtbetrag der Energie unverändert.

Bis zu dieser Fassung jener drei Prinzipien war freilich ein weiter Weg, den die theoretische Mechanik aus eigner Kraft nicht zurückgelegt hat. Ihre analytische Form war es ganz besonders, welche die Schritte auf dieses Ziel hin verhinderte. Die Geschichte der Mechanik zeigt deutlich genug, wie man sich von diesem Ziele um so mehr entfernte, je mehr die analytische Behandlung überwog<sup>3</sup>). Bei Ubaldi und Stevin, Galilei und Torricelli, vorzüglich später bei Huvghens, dann in dem Leibniz-Descartes'schen Streite und bei den Bernoullis findet sich überall die Auffassung besonders des ersten und dritten dieser Prinzipien als erfahrungsmässiger oder vor aller Erfahrung instinktiv klarer Gesetze, und in der ersten Auflage seines Werkes steht noch Lagrange auf diesem Standpunkte dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten gegenüber. Aber bei Lagrange wird mehr und mehr der Nachdruck darauf gelegt, dass es sich hier um analytische Hülfsmittel handelt. Das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten wird zu einem Mittel, statische Probleme in analytische Form zu kleiden, und mit Hülfe des d'Alembert'schen Prinzipes zu einem Mittel, die dynamischen Differentialgleichungen aufzustellen; das Prinzip der lebendigen Kraft tritt als ein Integral der Bewegungsgleichungen auf und reizt vielmehr zu der Frage, wieviel solcher Integrale es giebt und unter welchen Bedingungen sie existieren, als zu der Frage, ob ihm wohl ein Sinn als Naturgesetz auch ausserhalb der Grenzen der Mechanik innewohne.

Und auch die letzte grosse Leistung analytischer Mechanik, die Potentialtheorie, so epochemachend sie gerade für die Entwickelung der Energie-Ideen geworden ist, trat doch in den Anfängen bei Laplace, wie dann in der Ausführung bei Green und bei Gauss zunächst als rein analytisches Hülfsmittel auf. — Freilich, in rascher Entwickelung ist die Potentialtheorie eines der stärksten Fundamente für den Aufbau der Energievorstellungen geworden. Denn sie hat an der Bedeutung des Galilei-Newton'schen Kraftbegriffs gerüttelt und ein Höheres an seine Stelle gesetzt. Die Gravitation z. B., die ein Punkt A ausübt auf B, stellte sich die ältere Mechanik als eine Strecke vor mit dem Angriffspunkte B, die abhängig war von der Lagenbeziehung zwischen A und B. Jetzt aber, nach der Schöpfung der Potentialtheorie, erscheint gleichzeitig mit dem Punkte A vor dem geistigen Auge ein System von Potentialflächen und Kraftlinien, durch welches die Wirkung auf jeden Massenpunkt prädestiniert wird, wo immer er erscheinen möge. Zu dieser weitblickenden Anschauungsweise führte wiederum die theoretische Mechanik keineswegs durch eigne Kraft. Zu ihr hat sich sogar zuerst ein Genius durchgearbeitet, der den analytischen Arbeiten ferner stand, als irgend ein Forscher auf diesen Gebieten, Faraday.

Dennoch würde der Geschichtsschreiber der Energie ein Unrecht an der analytischen Mechanik begehen, wollte er ihre Bedeutung für seinen Gegenstand nur darin suchen, dass sie diese Fundamente gelegt habe. Indem die Forscher den reinen analytischen Formen immer eingehender ihre Aufmerksamkeit schenkten, wurden sie mehr und mehr auf zwei Funktionen aufmerksam, deren Bedeutung dann in dem Energieprinzipe zum lichtvollsten Ausdruck gebracht werden konnte, auf die Wichtigkeit erstens der lebendigen Kraft des Systems und zweitens der Kräftefunktion, oder in moderner Darstellungsweise auf die Wichtigkeit der kinetischen und der potentiellen Energie. Schon Lagrange hat die dynamischen Differentialgleichungen durch diese beiden Funktionen auszudrücken gelehrt, und Hamiltons schöne Arbeiten stützen sich auf das Studium derselben Funktionen. Elastizitätstheorie, Hydrodynamik, Akustik, Optik fügten sich besonders mit Hülfe dieser Funktionen den allgemeinen mechanischen Prinzipien. Dass die Potentialtheorie, dass die neueren synthetischen Fortschritte der Mechanik auch der analytischen Behandlung mechanischer Probleme Vorschub leisteten, hat seinen Grund doch vorzüglich darin, dass sie die Möglichkeit schufen, jene Funktionen in neuen mathematischen Formen darzustellen 4).

Zweierlei ist Schuld daran, wenn trotzdem die Analytiker in der mathematischen Anwendbarkeit den ganzen Wert dieser Funktionen fanden. Einmal die rein analytische Behandlung der dynamischen Differentialgleichungen, welche für die darin auftretenden Kräfte auch in der Natur nicht beobachtete Beschaffenheiten zuliess; zum andern die Beschränkung der Probleme auf reine Bewegungsvorgänge, die Ausscheidung thermischer und elektrischer Erscheinungen.

Hierdurch wurde herbeigeführt, dass der Gültigkeitsbereich der Prinzipien, die den Grund zum Energiegesetze geliefert haben, als ein begrenzter erschien, dass sie alle nur unter gewissen Bedingungen richtig waren, unter gewissen Einschränkungen der erkünstelten analytischen Allgemeinheit, — kurz, dass der universelle Charakter jener Funktionen nicht zur Geltung kam.

Von der Erschütterung des rein-analytischen Standpunktes, von dem Einflusse physikalischer Forschung und technischer Bedürfnisse, hängt also nun vorzüglich die Entwickelung der Energie-Ideen ab. Je mehr man es als unfruchtbare Arbeit aufgiebt, willkürlich konstruierte dynamische Differentialgleichungen zu bearbeiten, je mehr man sich an die Naturerscheinungen hält und dementsprechend Wärme, Elektrizität in die mathematischen Erörterungen hereinzieht, je mehr sich die theoretische Mechanik einerseits zur technischen Mechanik umbildet, andererseits zu einem Teile der mathematischen Physik wird, — um so mehr tritt die umfassende Bedeutung des Energiegesetzes hervor. Für die ältere analytische Mechanik war das Prinzip der lebendigen Kraft ein interessantes Integral, aber für die technische Mechanik wie für die neuere mathematische Physik ist das Energiegesetz Fundament und leitende Idee der Forschung.

#### Die Physik.

Auf physikalischem Gebiete geben den ersten nachhaltigen Anstoss zur Entwickelung der Energieanschauungen die Studien über das Wesen der Wärme. Vereinzelt<sup>5</sup>) begegnet man — auch auf dem Bereiche exakter Forschung — bereits im vorigen Jahrhundert der Umwandlungsidee, nach welcher bei jeder Naturerscheinung eine Formänderung und nicht etwa eine Zerstörung des einen und eine Schöpfung des andern Agens stattfindet<sup>6</sup>). Aber der allgemeine Durchbruch dieses Gedankens wurde durch die Zähigkeit verhindert, mit der man an der Stofflichkeit der Wärme festhielt, welche vorzüglich durch die chemischen Anschauungen gestützt wurde. Das Phlogiston war ja in wesentlichen Stücken die chemische Energie\*), daher seine Materialisierung gleichbedeutend war mit der der Wärme.

Jedenfalls wurde die Wärmeentwickelung durch Reibung der erste Anlass zur experimentellen Befestigung der für die Energieanschauungen so grundlegenden Umwandlungsidee; denn nicht die Auffassung der Wärme als Bewegung, sondern der Gedanke von der Umwandelbarkeit der Wärme ist der Kern der neuen Wahrheit\*\*).

<sup>\*)</sup> Schröder van der Kolk, Über die mechanische Energie der chemischen Wirkung. Pogg. Ann. 122.

<sup>\*\*)</sup> Besonders bemerkt von Mach, Geschichte und Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Prag 1872.

Humphry Davy und noch zielbewusster Graf Rumford enthüllten beim Beginne unseres Jahrhunderts diesen Proteus-Charakter der Natur, indem sie zeigten, dass bei der Reibung das Agens seine Erscheinungsform verändert, dass dabei Bewegung verschwindet und Wärme entsteht.

Aber die damit betretenen Bahnen wurden zunächst nicht weiter verfolgt; für die mechanische Wärmetheorie war die Zeit noch nicht gekommen. Fouriers glänzende Arbeiten über die Leitung der Wärme<sup>7</sup>) lenkten noch einmal das Interesse vom Wesen der Wärme ab, ja stützten sogar die alte Stofftheorie. Erst die Studien über die Wärmestrahlung, der Nachweis der Identität des Wesens von Licht und Wärme überwanden im Verein mit der Undulationshypothese des Lichtes<sup>8</sup>) auch dieses Hindernis und brachten mit der mechanischen Wärmetheorie auch die Energievorstellungen zur allgemeinen Anerkennung.

Unterdess war noch auf andere Weise die Umwandlungsidee verfolgt worden. Der jugendliche Sadi Carnot, dessen lichtvoller Arbeit einer der ehrenvollsten Plätze auch in der Geschichte der Energie gebührt, hatte der Umwandlung von Wärme in bewegende Kraft bei der Ausdehnung des Wasserdampfs und der Gase 1824 eine Untersuchung gewidmet, welche Clapeyron 1834 mathematisch weiterführte\*).

Wer die Umwandlungsidee erfasst hat, ist nicht weit entfernt von der Äquivalenz und der Konstanz der Energie. In der That behauptet Rumford dieselbe und in Carnots Papieren fand sich sogar eine mit dem Mayer'schen Äquivalentwert nahe übereinstimmende Angabe: 2,70 cal: m ton. d. i. 370 kg m: cal. Leider wissen wir nicht, wie Carnot zu seiner Zahl gelangt ist, und Rumfords Behauptung stützt sich auf die Hypothese, dass die Wärme in Bewegung der kleinsten Teile bestehe, eine Hypothese, mit welcher Äquivalenz und Konstanz vorweg behauptet wird.

Ein grösseres Verdienst aber gebührt sicher Carnot. Indem er die Aufmerksamkeit auf den Umstand lenkte, dass Umwandlung der Wärme in bewegende Kraft nur möglich wird, wenn das Wärmegleichgewicht gestört ist, dass also ein Zusammenhang zwischen der umgewandelten Wärme und den Temperaturen der Umwandlung besteht, gab er den ersten Anlass zur Ausbildung eines neuen

Begriffs, der Entropie, der in seiner hohen Bedeutung für die Durchführung der mechanischen Wärmetheorie später von Clausius und Thomson festgestellt wurde. Die der mechanischen Wärmetheorie als Disziplin heute noch so recht eigenartigen Gedanken gehen auf Carnot, die ihr eigentümliche analytische Formulierung auf Clapeyron zurück.

Mehr noch: Rankine hat bemerkt, dass jener von Carnot angeregte Begriff der Entropie für alle Energieumwandlung von hoher Bedeutung ist und nicht nur für die in der mechanischen Wärmetheorie allein betrachtete Umwandlung von Wärme in Arbeit ins Gewicht fällt. Rankines Arbeiten nach dieser Richtung ist freilich wenig Beachtung geschenkt worden; aber ich hoffe an einer späteren Stelle zeigen zu können, dass nur durch Hereinziehung des Entropiebegriffs die Gruppe der Energie-Ideen einen befriedigenden Abschluss findet.

Bevor wir unsern Blick von den der Wärmelehre entstammenden Antrieben für die Entwickelung der Energievorstellungen wegwenden, ist es wertwoll zu bemerken, dass nur der aus der Gleichartigkeit von Licht und Wärme entsprossene Anstoss rein physikalischer Natur ist; Rumford dagegen steht unverkennbar unter dem Einflusse der Technik und Carnot knüpft seine Betrachtungen geradezu an die Dampfmaschine an.

. Reiner kommt der physikalische Einfluss auf dem Gebiete der Elektrik zur Geltung. So mächtig hat auf physikalischem Boden nichts zur allgemeinsten Anerkennung der Umwandlungsidee gezwungen, als die Erscheinungen der elektrischen Strömung und vorzüglich die Elektrodynamik. Soweit es sich um experimentelle Feststellungen handelte, war diese Entwickelung im Wesentlichen schon mit Faradays Arbeiten abgeschlossen, der zuerst die Umwandlungsidee als leitendes Prinzip der Forschung erkannte. Ich habe oben darauf hingewiesen, dass die Erweiterung des Gebietes analytischer Behandlung der Naturerscheinungen eine wesentliche Förderung der Energie-Ideen geworden ist. Die Elektrik hat zuerst Bresche gelegt in die Abgrenzungen der Mechanik. Durch Green und Gauss wurden Magnetismus und elektrische Ladung so in das Bereich der Analyse gezogen, dass sie fruchtbar auf die alte Mechanik zurückwirkten, und in gleicher Weise die Elektrodynamik in die mathematische Physik eingeführt zu haben, ist das grosse Verdienst F. E. Neumanns. Es kann nicht hoch genug geschätzt werden, dass die Arbeiten dieser Physiker

<sup>\*)</sup> S. Carnot, Réflexions sur la puissance motrice du feu. Neu herausgegeben mit biographischen Bemerkungen und Nachlass. Paris 1878. Clapeyron, J. de l'école polyt. 1834; Pogg. Ann. 59.

das Gebiet analytischer Mechanik in fruchtbarster Weise erweitert und dadurch eine Reihe von Untersuchungen veranlasst haben, welchen später die Befestigung des Energiegesetzes, besonders in Deutschland, sehr wesentlich zu verdanken ist.

Die Elektrik und Thermik führten in den Kreis der für die Entwickelung der Energievorstellungen in Betracht kommenden Umwandlungserscheinungen auch die chemischen, bez. physiologischen, Umsetzungen ein und ermöglichten deren quantitative Beurteilung. Die Messung der durch chemische und physiologische Prozesse veranlassten Wärmeentwickelung beschäftigte die Experimentatoren gerade um die Mitte unseres Jahrhunderts, als das Energiegesetz begründet wurde, aufs Lebhafteste. Die grossen Fragen nach der Kraftquelle chemischer Prozesse und nach dem Ursprunge des Lebens haben auch an der Ausbildung des Energiegesetzes ihren hervorragenden Anteil.

Physiologische Probleme sind aber jederzeit wegen ihrer nahen Beziehung zu den letzten Fragen alles menschlichen Denkens starke Triebfedern wissenschaftlicher Arbeit gewesen. Da geben die Spezialdisziplinen ihre Abgeschlossenheit auf, die eine wirkt zündend auf die andere ein. Es ist gewiss bezeichnend, dass unsere beiden deutschen Begründer des Energiegesetzes aus medizinischer Schulung hervorgegangen sind, dass Mayer durch eine physiologische Beobachtung über die rötere Färbung des Venenbluts in den Tropen, dass Helmholtz durch die Frage nach dem Ursprunge der tierischen Wärme zu tieferem Nachdenken angereizt wurde<sup>9</sup>). Der grosse Forscher, der zuerst die physiologischen Vorgänge tiefgehend mit dem Blicke des Chemikers zu durchschauen suchte, Liebig, wurde frühe schon auf Energie-Ideen geführt und sprach es bereits 1841 aus, dass Wärme, Elektrizität, Magnetismus in ähnlicher Weise äquivalent sind, wie Kohlenstoff, Zink und Sauerstoff 10). Auch muss es rühmend hervorgehoben werden, dass es ein physiologisches Werk war, welches in Deutschland zuerst die Energie-Ideen in ihrer formalen Ausbildung neuerdings umfassend benutzt hat\*).

Wir berühren damit die mehr mittelbare Weise, durch welche physikalische Forschung auf die Entwickelung der Energiegedanken anregend eingewirkt hat. Während Deutschland sich in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts fast ganz dem Eindrucke einer ungesunden, der Natur und dem Leben entfremdenden Philosophie hingab, deren schädliche Nachwirkungen noch jetzt an manchen Stellen unseres Kulturlebens zu spüren sind, beeinflusste in England die Naturwissenschaft das geistige Leben. Es begann die Zeit jener naturwissenschaftlichen Vorlesungen, die — um nur einen einzigen zu nennen — einen Faraday gross gezogen haben, die Zeit der in edlem Sinne popularisierenden, zusammenfassenden Wissenschaftsdarlegungen. Young's lectures on natural philosophy stehen am Beginne, Groves Verwandtschaft der Naturkräfte am Ende dieses für unsern Gegenstand vorbereitenden Zeitraums.

Die schöne Frage nach dem Ursprunge der in allen irdischen Erscheinungen zu Tage tretenden Kraft taucht auf, und die Kausahreihe zurückzuverfolgen von den unscheinbarsten Vorgäugen bis zu dem Quelle fast aller dieser irdischen Energie, zur Sonne, — das ist eine geistige Turnübung, welche zur Kräftigung der Energie-Ideen einen wesentlichen Beitrag liefern musste <sup>11</sup>). Innerhalb solcher Gedankenzüge wird die Einheit der Naturkräfte, wird die Umwandlung derselben eine ausgemachte Sache, und es ist gewiss solch geistiger Vorbereitung zuzuschreiben, dass das Energiegesetz in England später raschere Fortschritte gemacht hat, als in Deutschland.

Wie langsam entwickelte sich hier der naturwissenschaftliche Sinn, wie selten begegnet man hier einem weiter schauenden Blicke! Ganz vereinzelt und unbeachtet haben Placidus Heinrich 1812 <sup>12</sup>) und Mohr 1837 Ansichten veröffentlicht, welche auf Umwandlung und Einheit der Naturkräfte hinweisen: ungehört verklang die Stimme dieser Vorboten. So unbekannt blieb der Abdruck der Mohr'schen Arbeit, welche weit vordringt in der Erkenntnis von der Einheit der Naturkräfte und bis auf Einzelheiten mit Grove'schen Anschauungen übereinstimmt, — so unbekannt, dass der eigne Verfasser nicht von der Drucklegung wusste und die Handschrift für verloren hielt\*).

Zum vollen Verständnis jener zuerst in England Anklang findenden Ideen, ist es nötig auf ferner liegende Gedankengänge Bezug

<sup>\*)</sup> Fick, Mechanische Arbeit und Wärmeentwickelung bei der Muskelthätigkeit. Leipzig 1882,

<sup>\*)</sup> Mohr, Über die Natur der Wärme. Baumgartners und v. Holgers Zeitschr. f. Physik V, S. 419. Neu abgedruckt mit historischen Bemerkungen; Mechanische Theorie der Wärme. Braunschweig 1869.

zu nehmen. Denn obwohl diese Anschauungen rein naturwissenschaftliches Gepräge tragen, finden sie doch eine kräftige Stütze in philosophischen Betrachtungen. Sie stehen in inniger Berührung mit Vorstellungen, die tief im Menschengeiste begründet sind. Das muss man beachten, wenn man nach einer Erklärung dafür sucht, dass sie immer von neuem auftauchen, oft vereinzelt und ohne Verknüpfung mit befestigten naturwissenschaftlichen Anschauungen wie Fremdlinge auf dem Gebiete der Physik erscheinen, bis sie endlich in Robert Mayer ihre erste Ausgestaltung finden. Die Philosophie musste frühe schon diesen aus den Tiefen der Menschenbrust quellenden Ideen Rechnung tragen; auf dieses Gebiet müssen wir nun unsere Blicke richten.

#### Die Philosophie.

Es ist schon hervorgehoben worden, dass jede mechanische Weltanschauung den hauptsächlichsten Teil der Energie-Ideen vorwegnimmt. Von den Atomistikern des Altertums bereits, ja weiter zurück von den Philosophen, die überhaupt über das Wesen der Bewegung und über den Kontinuitätsgedanken nachgesonnen haben, sind uns mehrfach Ausserungen überliefert, die auf unsere modernen Energieanschauungen hinweisen; und die Philosophen der letzten Jahrhunderte haben fast sämtlich Berührungspunkte mit diesem Gedankenzuge 13). Wenn alles Bewegung der Atome ist, so wechselt bei allen Veränderungen nur die Form der Bewegung. Jede Schöpfung neuer Bewegung widerspricht unserm Kausalitätsbedürfnis und vor allem den materialistischen Anschauungen, mit denen von je die Atomistik in innigem Bündnis stand. Also bleibt die Menge der Bewegung in der Welt überhaupt unverändert. Soweit ist die Philosophie leicht fertig. Wie ist aber nun die Menge der Bewegung mechanisch zu messen?

Diese Frage steht in so innigem Zusammenhange mit den angedeuteten philosophischen bez. religiösen Gedanken, dass man die Heftigkeit begreift, mit der sie bei ihrem ersten Auftreten behandelt wurde. Indessen, alle Lebhaftigkeit des Descartes-Leibniz'schen Streites half nicht über die Thatsache weg, dass die Mechanik verschiedene Dinge entdeckt hatte, welche bei allen Bewegungsänderungen ungestört erhalten bleiben. Der überwiegende Wert des einen wurde erst spät unter dem Einflusse der Technik erkannt. —

Nun zweigt sich von der ursprünglichen Fragestellung das Problem ab, diese konstanten Grössen aufzusuchen, welche die Erhaltung der Welt beweisen. Den kühnen Denkern des 18. Jahrhunderts waren die dahin zielenden Ergebnisse der Mechanik mehr als interessante Integrale der Bewegungsgleichungen, sie waren ihnen Herzenssachen und wurden nach individuellem Geschmack entweder als erfreuliche Bausteine einer religiösen Weltansicht begrüsst oder als kritische Waffen wider die Existenz Gottes verwertet. Der Geschichtsschreiber darf an solchen Tendenzen nicht achtlos vorübergehen; sie sind mächtige Triebkräfte der Geister, die manches des Schweisses wert erscheinen lassen, was sonst unbeachtet bleibt, und für manche Ergebnisse, die sonst erst spät wiederentdeckt werden müssten, das Interesse vorbereitet haben. Diese Erhaltungssätze haben nicht nur die Mechanik überhaupt, besonders die Dynamik des Himmels gefördert und dadurch mittelbar dem Energiegesetze vorgearbeitet, sie haben auch das Interesse für den Satz schaffen helfen, der unter allen Erhaltungsprinzipien am umfassendsten ist. Freilich ist der hauptsächlich in religiösen Vorstellungen vererbte Konstanzgedanke, dieser wesentliche Bestandteil der Energieanschauungen, von den Unklarheiten seines philosophisch-religiösen Ursprungs erst in der Mechanik befreit, durch sie erst in seinem wissenschaftlichen Rechte befestigt worden, - aber seine Wurzeln schlagen bis in die innersten Tiefen des menschlichen Geistes. ---

Doch verfolgen wir jetzt den direkten Einfluss weiter, den die mechanische Weltanschauung auf die Entwickelung des Energiegesetzes gehabt hat. Sie hat 1762 Euler zu einer alle Naturerscheinungen umfassenden Hypothese geführt, welche die Einheit der Naturkräfte in den Bewegungen des Äthers findet <sup>14</sup>). Vom Standpunkte der mechanischen Weltanschauung schliesst Rumford, wie später Séguin, Mohr, Grove auf die Erhaltung der Energie; und auf demselben Boden steht Joule bei der Ermittelung des Wärmeäquivalents; denn nachdem inzwischen die wahren Maasse für die Menge der Bewegung und der Kraft, sowie für die Menge der Wärme erkannt worden waren, blieb nichts zu leisten übrig, als sie zu vergleichen und die Konstanz ihrer Wechselbeziehung darzuthun.

So ist die mechanische Weltanschauung — und zwar bisher nur in der Form des Atomismus — ein Hebel der Energie-Ideen geworden. Nur hüte man sich, sie mit der materialistischen Weltanschauung zu verwechseln, mit der sie gern verbunden auftritt. Sofern der Materialismus das Handgreifliche bevorzugt, ist ihm die Energievorstellung unsympathisch, welche auf etwas hinter den Erscheinungen stehendes hinweist, das man in keiner Form wahrnehmen und vorstellen kann, weil es aller Formen fähig ist. — Und sofern der Materialismus die Weltanschauung ist, die sich für überzeugt hält, dass das Ganze erfasst ist, wenn man die Teile in der Hand hat, ist die Energie-Idee ihm geradezu feindlich. Denn sie lenkt die Aufmerksamkeit auf die Beziehungen, die zwischen den Teilen bestehen.

Dieser Feindschaft ist es wohl zuzuschreiben, dass das Energiegesetz besonders in Deutschland, wo es doch begründet wurde, so langsame Forschritte gemacht hat. In Deutschland begann ja in der Mitte des Jahrhunderts materialistischer Geist zu herrschen, zu herrschen mit jenem vollen Rechte der Reaktion wider eine ungesunde Philosophie, das sich zu allen Zeiten der Geschichte als die Ursache seines Wiederauflebens und als seine mächtigste Stütze erwiesen hat.

Die mechanische Weltanschauung ist nicht die notwendige Gefährtin der Energie-Ideen. Neben ihr geht ein zweiter Zug philosophischen Denkens einher, der gerade in der am meisten philosophierenden Begründung des Energiegesetzes, in der Mayer'schen sehr deutlich hervortritt.

Berthold gebührt das Verdienst auf den Ursprung einer Idee hingewiesen zu haben, welche mit den Energievorstellungen der neueren Naturwissenschaft auf das Innigste verwachsen ist, auf den Ursprung des Monismus. John Toland hat an der Schwelle des 18. Jahrhunderts diesen Gedanken gefasst und ihm in seinen Briefen beredten Ausdruck geliehen 15).

Die Aktion — wir sagen heute dafür die Energie — ist ihm eine notwendige Eigenschaft aller Materie; da ist kein Dualismus von Kraft und Stoff mehr, mit dem Stoffe ist auch schon die Energie gesetzt. Wer erkennt in diesen Gedanken nicht den Typus wieder, der in Faradays Potentialvorstellungen zündend auf die neuere Physik und begründend auf das Energiegesetz hingewirkt hat? Denn was ist Energie anders, als Ursache und Wirkung monistisch in Einem Begriff gedacht. Und alle Bewegungen sind nur Modi der Aktion, der Energie also, wie auch die Schwere einer der vielen Modi ist, in denen sich die Aktion zu offenbaren vermag.

Braucht man besonders hervorzuheben, dass in dieser Wendung die Umwandlungsidee liegt, die in den vorangehenden Erörterungen als ein wichtiger Charakterzug der Energiegedanken bezeichnet worden ist? - Wie alle Quantitäten nur Modi sind eines einzigen Prinzips, der Ausdehnung, so sind alle Bewegungen nur Modi eines andern, der Aktion, die gleichsam hinter allen Veränderungen steht, als das ewig Unveränderliche. Weist diese Darstellungsweise unverkennbar auf den Geist zurück, der Toland angeregt hat, indem er ihn zur Kritik reizte, auf Spinoza, so tritt doch derselbe Gedanke schon bei Diderot<sup>16</sup>) in modern mathematischem Bilde auf. Er ist seit Toland nicht wieder aus der Philosophie verschwunden: er offenbart sich in der besonders auf dem Gebiete der Mechanik frühe \*) geläufig gewordenen Vorstellung, dass die Kraft, schon nach Newton'scher Auffassung und später noch inniger das Potential dem Massenpunkt als ein notwendiges Attribut zukommt; — er hat die Bestrebungen nach Gesamtauffassung der Natur genährt, von denen am Ende des vorigen Abschnitts die Rede war; - er hat endlich im Geiste Robert Mayers sich mit den andern Quellen der Energie-Ideen verschmolzen zu der ersten klaren Erfassung des Energiegesetzes.

An einem charakteristischen Gesichtszuge kann man es der Mayer'schen Auffassung ansehen, dass sie dem Monismus und nicht der mechanischen Weltanschauung entsprungen ist, an einem Zuge, der sich in neuerer Zeit auch bei anderen Forschern wiederholt hat <sup>17</sup>). Dass Wärme sich in Bewegung verwandelt, wird von den Anhängern der mechanischen Theorie als Beweis ihrer Auffassung der Wärme als eines Bewegungsvorgangs angesehen; anders bei Mayer: er glaubt aus jener Umwandlung eher schliessen zu müssen, dass Wärme nicht Bewegung sei, da ja Bewegung verschwindet, wenn Wärme entsteht. Bewegung ist ebenso eine Form der Energie, wie Wärme; nichts nötigt uns, gerade als mechanische Energie uns alle Energie vorzustellen.

In monistischer Auffassung tritt, wie man sieht, das Übersinnliche der Energie recht deutlich hervor, — die Seite der neuen Idee, die ihrer Verbreitung am ungünstigsten war und für die Zukunft vielleicht die bedeutungsvollste ist 18). Die Erscheinungsformen der Energie gehören der Sinnenwelt an, aber sie selbst steht über diesen Formen, wie die platonische Idee über den

<sup>\*)</sup> Boscowich 1759. Vergl. Rosenberger, Geschichte der Physik, II, S. 331.

Dingen. Der Energiebegriff wird von seinen klarsten Vertretern als ein Begriff begrüsst, der den Thatsachen gerecht wird und doch so hoch über ihnen steht, dass er die Gefahr einer neuen Substantiierung ausschliesst. Wir reden von Beseelung, wo es gilt, vereinzelte Daseinsäusserungen zu einer Einheit zusammenzufassen; diese logische Beziehung hat die Energie mit der Seele gemein: wer sich also die Energie als Substanz (wie das Agens als Stoff, die Ursache als Kraft) denken wollte, müsste wohl bis zu animistischen Vorstellungen, bis zum Geisterspuk zurückkehren, um die Reichhaltigkeit ihrer Formen darzustellen.

Im Grunde genommen hat sich ja von dem Übersinnlichen des Energiebegriffs auch die mechanische Auffassung nicht losmachen können. Schon die Wärme kann von ihr nur als Energie nicht sinnlich wahrnehmbarer Molekeln und Atome begriffen werden, noch mehr aber tritt bei der mechanischen Auffassung des Lichtes, der Elektrizität und des Magnetismus dieses Übersinnliche hervor in Gestalt des Bewegten, welches — mag es nun Fluidum oder Äther genannt werden, sich weiterer Wahrnehmung entzieht. Wenn insbesondere alle Naturerscheinungen als Bewegungsvorgänge eines Stoffes, des Äthers, erklärt werden, wie das zuerst Euler versuchte, so sind zwar diese Bewegungen sinnlich vorstellbar, aber das Bewegte ist ein Übersinnliches.

Von solchem Standpunkte aus erscheint die mechanische Weltbetrachtung als ein Spezialfall, von hier aus hat sich der Energiegedanke aufschwingen können über die Mechanik. Wenn die Energievorstellungen nicht notwendig an die mechanische Erklärung gebunden und doch mit ihr im Einklang sind, so muss dasselbe wissenschaftliche Streben, das in der Statik längst einen Spezialfall der Mechanik sieht, angetrieben werden, die gesamte Mechanik wiederum als einen besonderen Fall der "Energetik" aufzufassen.

#### Die Technik.

Mannigfach sind die Fäden verschlungen, welche teilweise von den Vorläufern, vollständig von den Begründern des Energiegesetzes verknüpft werden. Und wenn dem Leser bisher diese mannigfaltigen Durchdringungen als unruhiges Gewirr erschienen wären, so würde die Unbeholfenheit meines Wortes doch nur einen Teil der Schuld tragen: in dieser ungleichförmig abfliessenden Darstellung spricht sich doch der thatsächliche Verlauf der Dinge aus. Am Beginne des 18. Jahrhunderts ist alles in gutem Flusse: Huyghens, der Descartes-Leibniz'sche Streit, Toland; aber wie weit gehen dann die Gedanken auseinander. Da dringen am Beginne unseres Jahrhunderts auf einmal Davy und Rumford bis zur Erkenntnis eines guten Teils der Energievorstellungen durch. Aber die Entwickelung bricht ab und der Carnot'sche Fortschritt kommt ihr zunächst nicht zu gute.

Und doch ist diese Unstetigkeit nur ein Schein, oder vielmehr sie betrifft nur die Gipfel der wissenschaftlichen Erkenntnis. Diese stehen allerdings getrennt hintereinander, aber das Gelände, aus dem sie sich erheben, ist ununterbrochen. Die Thaten der Vorgänger werden nicht vergessen und von den Nachfolgern neu entdeckt, — es ist doch historischer Zusammenhang da. Dieser Zusammenhang fehlt unserer Darstellung noch. Er ist nicht rein wissenschaftlichen Charakters und wirkt gerade deshalb mit der elementaren Macht, mit der Massenwucht eines allgemeinen Kulturfaktors. Der breite Unterstrom, der die historische Kontinuität der Gedanken erzeugt, ist die Technik.

Von dem Sagenschatze des Volkes hat man behauptet, dass er jene Bestandteile des Volksgeistes enthalte, die in der geschichtlichen Entwickelung niedergekämpft und überwunden worden sind; wie in der Geschichte der siegreiche, so spiegele sich in der Sage der überwundene Geist des Volkes. Von der Wissenschaft gilt jedenfalls etwas ähnliches. Die gelehrte Wissenschaft, wie sie jeweilig durch die lebenden Gelehrten repräsentiert wird, stellt nicht den gesamten Ideenbesitz der Menschheit dar, und es sind nicht nur die trügerischen Ideen, die Irrtümer, welche sie sich fern hält. Immer giebt es Köpfe, in denen Gedanken weiter spinnen, die von der jeweiligen Gelehrsamkeit abgewiesen, entschieden verurteilt oder noch öfter vornehm belächelt werden. Diese unbeachteten Ideen sind deshalb nicht schlechthin bedeutungslos, so verworren und getrübt sie auch erscheinen; ja zu manchen Zeiten der wissenschaftlichen Entwickelung sind gerade sie die folgenreichen gewesen, welche die von den Gelehrten vertretenen Gedanken weit überdauern. - So verlor die theoretische Mechanik in ihrer analytischen Entwickelung immer mehr das Verständnis für den Energiegedanken; aber aus der Welt verschwand dieser Gedanke uicht, sondern gewann allmählich in der Überzeugung von der

Helm, Energie.

Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile feste und dauernde Gestalt.

Als die theoretische Mechanik sich von der praktischen noch nicht abgetrennt hatte, wurde die Thatsache, die nach einem weiten Entwickelungsgange im Energiegesetze zum Ausdrucke kommt, instinktiv für gewiss gehalten, d. h. sie ergab sich als Abstraktion aus allen damals bekannten mechanischen Vorgängen so einfach und leicht, dass die Schlussfolge gar nicht als solche ins Bewusstsein trat. Galilei und Stevin stehen auf diesem Boden, von dem sich — wie erwähnt worden ist — Spuren bereits in den Zeiten aristotelischer Naturauffassung finden. Der Erfinder der Pendeluhr, dieses schönsten Ergebnisses der älteren praktischen Mechanik, Huyghens, stützt auf Energiebegriffe seine theoretischen Erörterungen. Klingen doch noch — man denke an den Flaschenzugbeweis — in Lagranges Mechanik die alten technischen Erfahrungen hinein.

Die instinktive Klarheit, auf welche diese Forscher bauen, hat sich das Energiegesetz bewahrt: es hat auch in seiner modernen Allgemeinheit etwas verblüffend Triviales. Das Soll und Haben muss stimmen. Damit folgen die mechanischen Vorgänge Gesetzen, die Jedem, der in Berührung mit dem geschäftlichen, mit dem sozialen Leben steht, als selbstverständlich und kaum des Nachdenkens wert erscheinen. Dass keins der Güter aus nichts wird, dass sich aber auch Arbeit, Ehre, Geld u. a. Güter in einander umsetzen lassen, sind abgebrauchte Lehren, deren wissenschaftliche Formulierung in der Volkswirtschaftslehre ebenso der gemeinen Erfahrung nachhinkt, wie die Formulierung des Energiegesetzes seiner technischen Erkenntnis 19). Kein Wunder, dass die unmittelbare naive Anschauung der Dinge, wie sie die Praxis bietet, mit dieser Seite der Sache von je vertraut war.

Nur wolle man nicht aus solchen instinktiven Wahrheiten irgend etwas Aprioristisches herauskonstruieren! Sie sind Ergebnisse der alltäglichen Erfahrung, reichen genau so weit wie diese und werden bei Erweiterung des Erfahrungsgebietes sofort schwankend — um so mehr, je weniger sie wissenschaftlich durchgearbeitet sind. So sicher die Technik auf ihrem gewohnten Gebiete sich des Erhaltungsgesetzes bediente und da die Bilanz zu ziehen, über die Energie buchzuführen verstand, — sie war doch sogleich dieser Leitung bar, wenn sie sich auf neue Erfahrungsgebiete wagte, und war hier ebenso naiv in ihren Irrtümern, wie dort im Erfassen des Wahren. Schon die hydraulischen Kraftübertragungen

waren kompliziert genug, um dem Gedanken des Perpetuum mobile offen zu stehen, besonders lange aber dauerte es, bis auf den Gebieten der physiologischen und thermischen Vorgänge genügende Erfahrungen wider das Perpetuum mobile gesammelt waren. Helmholtz hat darauf hingewiesen, dass das Automatenproblem des vorigen Jahrhunderts aus dieser Quelle geflossen ist; in dem Problem des Perpetuum mobile hielt sich die Energiefrage wohl ein Jahrhundert lang wach\*). Die Ideen schreiten nicht immer durch Wahrheiten fort, oft genug wachsen sie an Irrtümern.

So gelangt man in der zweiten Hälfte des Jahrhunderts dazu, die Leistungsfähigkeit der Menschen und Tiere richtig zu bemessen 20), und tritt am Ende des Jahrhunderts an die nun rasch sich ausbreitende Thermotechnik mit geläuterten Ideen heran. Gerade vom technischen Standpunkte erscheint das Perpetuum mobile so recht sinnlos, fast möchte man sagen, geschmacklos. Was würde aus Weltlauf und Menschenstreben, wenn Energie geschaffen werden könnte, — grundlos, kostenlos? Die Technik mit ihrem praktischen Blick ist es, welche vorzugsweise dieses von Leibniz 21) schon gebrauchte Argument der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile aufrecht erhält, das, später von Helmholtz zur Grundlage des Energiegesetzes gemacht, bis heute vor der exakten Kritik der Beweise desselben allein Stand hält.

Zunächst wurde die junge Thermotechnik die Triebkraft für die Energiebestrebungen. Sie zweifellos war es, die Rumford, den technischen Leiter des Münchener Zeughauses, zu seinen physikalischen Studien anregte, die in George Stephenson, dem grossen Ingenieur, den geistvollen Gedanken erweckte, das Licht, welches wir von den Kohlen, dem Holze und dergl. erhalten, sei eine Wiederholung des Lichtes, welches einst den Pflanzen von der Sonne zugegangen sei\*\*). Sadi Carnot benutzt bei seinen Untersuchungen über die Dampfmaschine bereits die Konstanzidee in jener wissenschaftlich schärfsten Form der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile\*\*\*). 1839 äusserte Séguin in einem technischnationalökonomischen Werke †) geklärte Anschauungen über die

<sup>\*)</sup> v. Helmholtz, Ueber die Wechselwirkung der Naturkräfte 1854. Vorträge Bd. I, S. 27f. — Rosenberger, Gesch. d. Physik II, 215f.

<sup>\*\*)</sup> Grove, Verwandtschaft der Naturkräfte. Braunschweig 1871. S. 111.

\*\*\*) Carnot, Réflexions etc. Paris 1878. S. 12, besonders die Anmerkung.

<sup>†)</sup> Séguin, Etudes sur l'influence des chemins de fer. 1839.

Arbeit der Dampfmaschine und über den Energiehaushalt im allgemeinen <sup>22</sup>).

Hierzu kam von dem vierten Jahrzehnt unseres Jahrhunderts an der Einfluss der Elektrotechnik, welche die Umwandlung der Energie in ungeahntem Umfange enthüllte und durch die Frage nach der in der galvanischen Zelle, im Magnetelektromotor verbrauchten Leistung den Äquivalenzgedanken neu anregte.

Nach der Feststellung des Energiegesetzes ist es wieder zunächst die Thermotechnik, welche den neuen Errungenschaften ihre weite Ausbreitung sicherte. Unter den englischen Technikern verbreitete Rankine die neue Lehre, unter den deutschen Zeuner, unter den französischen Hirn hauptsächlich auf Grund des Zeunerschen Buches<sup>23</sup>). Und der Anlauf, den die Elektrotechnik in den letzten Jahren nahm, errang dem Energiegesetze noch allgemeinere Verwendung und Anerkennung.

Solche Mächte, welche an die fortreissende Gewalt erinnern, mit der die grossen Massen der Völker geschichtlich wirken, mussten ihre Rückwirkung auf die Spezialwissenschaften äussern. Dass durch technische Anregungen eine grosse Zahl physikalischer Fragen zur Entscheidung gediehen ist, die das Energiegesetz fördern halfen, bedarf keiner Ausführung. Aber auch die theoretische Mechanik hat in der Berührung mit dem festen Boden, dem sie entsprossen, neue Kraft geschöpft.

Mit Lagrange hatte das vergangene Jahrhundert seine analytische Behandlung der Mechanik zu einem stolzen Abschlusse gebracht. Mit dessen klarer Betonung der Analyse beginnt aber schon die Reaktion gegen die Uebermacht derselben. Und Frankreich zeitigt, wie jenen Höhepunkt der analytischen, so auch den Beginn dieser synthetischen Richtung. Die Reihe grosser Denker, welche der Geometrie eine neue Richtung gegeben haben, greift auch umgestaltend in die Mechanik ein, und die Vermittelung bilden die technischen Bedürfnisse, welche seit Gründung der école polytechnique in inniger Wechselwirkung mit der Wissenschaft standen. Poinsot und die Kinematiker sowie Poncelet darf man wohl als die hervorragendsten Vertreter dieser technischen und geometrischen Mechanik bezeichnen.

Ich habe oben auf die englischen Vorlesungen über natural philosophy hingewiesen; in Frankreich lebte zu gleicher Zeit eine in Antrieben und Ergebnissen verwandte Bewegung. Die Aufmerksamkeit, welche Frankreich seit den Zeiten der Renaissance der Industrie entgegenbrachte\*), ist um den Beginn unseres Jahrhunderts die Quelle eines musterhaften technischen Unterrichtswesens geworden, das mehr und mehr selbst die tieferen Schichten der Arbeit zu erfassen suchte.

Um einem solchen Kreise von Hörern die Mechanik zuzuführen, dazu erkennt Poncelet²4) mit sicherem Blicke das Gesetz der lebendigen Kraft als vorzüglich geeignet. Aber es ist nicht jenes Gesetz, das als ein Integral der dynamischen Differentialgleichungen gedacht wird, sondern jenes Gesetz, von welchem Joh. Bernoulli sagte, dass es beweisen es verdunkeln heisse²5). Es ist das Gesetz der lebendigen Kraft, nicht analytisch, sondern physisch gedacht, aufgefasst als ein Gesetz der Umwandlung — dieses "principe de la transmission du travail mécanique", welches die Bewegungsvorgänge als Energieverwandlungen vorstellt.

Was der Zunahme der kinetischen Energie gleicht, tritt nicht mehr blos formal als ein Integral, es tritt in realer Bedeutung auf und empfängt einen besonderen Namen. Aktionsmenge nannte Poncelet anfangs diese Grösse, dann — nach dem Vorgange von Coriolis — mechanische Arbeit, ein Name, "der sich gewissermassen selbst definiert," pädagogisch und wissenschaftlich ein äusserst glücklicher Griff. Wie Navier vor ihm benutzt Poncelet das Kilogrammmeter als Maass der Arbeit<sup>26</sup>). Wenn schon der Gedanke, mechanische Vorgänge als Energieumwandlungen anzusehen, bei älteren Forschern, insbesondere deutlich bei L. N. M. Carnot<sup>27</sup>) sich findet, — der systematische Aufbau der Mechanik auf diesem Gedanken ist die That Poncelets, der ihn seit 1825 in seinen Vorlesungen an der école d'application de l'artillerie et du génie zu Metz, seit 1827 sogar für Arbeitervorlesungen verwertete.

Mit diesem Gedanken wird eine Verwendung der Energievorstellungen vorbereitet, die für ihren späteren selbständigen Gebrauch wesentlich ist und besonders seit Maxwell deutlicher hervortritt. Das Gesetz der lebendigen Kraft ist in der alten Mechanik ein Gesetz der aktuellen, nicht der virtuellen Bewegung, es lehrt eine Eigenschaft der wirklich stattfindenden Bewegung kennen, nicht eine Beziehung, die jeder möglichen Bewegung anhaftet. Nur für Probleme, die von einer unabhängigen Variabeln

<sup>\*)</sup> Man vergleiche Dumreicher, der Nationalwohlstand Frankreichs als Werk der Erziehung. Wien 1878.

abhängen, liefert es also die Lösung durch Zurückführung auf eine Quadratur. Wenn es dadurch auch den technisch wichtigsten Fall der zwangläufigen Bewegung beherrscht, so ist es doch für die allgemeineren Probleme ungenügend. Allgemein verwendbar ist es nur in Begleitung der dynamischen Differentialgleichungen; mit Poncelets Arbeitsprinzip aber, welches ja formal auf das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten hinausläuft, kann man jene umfassen, indem man sie als Gleichungen zwischen der elementaren Arbeit und dem elementaren Zuwachs der lebendigen Kraft deutet 28). Auf diese Anschauung konnte später der Anspruch des modernen Energiegesetzes auf selbständigen, die Prinzipien der Mechanik überragenden Wert gegründet werden.

Der Gedanke freilich, der kurze Zeit nach dem Erscheinen der technischen Mechanik Poncelets diese Umwandlungsgedanken zum Abschlusse gebracht hat, die Umwandlung der mechanischen Energien in Wärme, fehlt bei Poncelet noch ganz; — aber auf dem reinen Gebiete der Mechanik hat unzweifelhaft Poncelet das Bedeutendste geleistet, was dort für die endgültige, auch für die terminologische Ausbildung der Energiebegriffe überhaupt geleistet worden ist.

## TEIL II.

# Die Begründung des Energie-Gesetzes.

# Die Aufstellung des Energieprinzips.

Robert Mayer.

Unter den Männern, in denen die neuen Gedanken ausreiften, die Ideen, welche wir im ersten Teile durchmustert haben, sich zum Gesetze befestigten, ist zweifellos Robert Mayer der erste, der sie litterarisch vertreten hat.

In seiner ersten, 1842 erschienenen Schrift "Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur" geht er aus von der monistischen Auffassung des Kausalzusammenhangs, nach welcher Ursache und Wirkung nur als verschiedene Erscheinungsformen eines und desselben Objektes zu betrachten sind: Causa aequat effectus. Aus dieser Anschauung hebt er die Umwandlungs- und die Konstanzidee hervor, die offenbar beide in ihr enthalten sind.

Von diesem Standpunkte aus beginnt er nun den Kampf wider den Newton'schen Kraftbegriff. Mit diesem wird nur eine Eigenschaft des Bewegungsvorgangs bezeichnet, nicht dessen Ursache; die Ursache nur sollte man Kraft nennen. "Heisst man die Schwere eine Kraft, so denkt man sich damit eine Ursache, welche, ohne selbst abzunehmen, Wirkung hervorbringt, hegt damit also unrichtige Vorstellungen über den ursächlichen Zusammenhang der Dinge. Um dass ein Körper fallen könne, dazu ist seine Erhebung nicht minder notwendig, als seine Schwere, man darf daher letzterer allein den Fall der Körper nicht zuschreiben."

Dass Mayer damit auf die Bedeutung der potentiellen Energie hinweist, ist eine seiner bedeutendsten Leistungen; freilich bezeichnet der dabei erhobene Wortstreit<sup>29</sup>) eine der schwächsten Stellen des

Mayer'schen Denkens. Für einen Descartes-Leibniz'schen Streit hat die Naturwissenschaft keine Zeit mehr; es zeigt sich da am meisten Mayers etwas scholastische Weise, die ja auch in der Art seiner Deduktionen und der Form seines Ausgangsgedankens drastisch genug zum Vorschein kommt. Gewiss entspricht das nicht unserm modernen Geschmack naturwissenschaftlich-mathematischer Darstellung; aber man beachte, dass der Heilbronner Denker aus der medizinischen Bildung einer Zeit hervorgegangen ist, in welcher die Medizin der Naturwissenschaft noch ziemlich fern stand\*), und dass die Gedanken der Vorfahren in unsere Denkformen umzusetzen unsere Sache ist, nicht die ihre 30). Wohl ist es eigensinnig dem Kraftbegriffe, der seinem anthropomorphen Ursprunge gemäss vieldeutig ist, eine andre Bedeutung aufzwingen zu wollen, als die, für welche die Wissenschaft ihn bevorzugt hat 31), — aber bekundet der einsame Forscher durch dieses Unterfangen nicht auch die Erkenntnis von der grossen Tragweite seiner neuen Ideen?

Nachdem Mayer seine Anschauungen an dem Umsatz von "Kraft" in "Bewegung", d. h. in heutiger Sprechweise von potentieller in kinetische Energie, dargelegt hat, wendet er sich der Umwandlung von Kraft in Wärme zu und giebt das Wärmeäquivalent auf 365 kg m : (kg) °C an. Die Rechnung, die zu diesem Ergebnis führt, steht unter der nicht ausdrücklich hervorgehobenen 32) Annahme, alle bei der Zusammendrückung eines Gases verwendete Arbeit werde in Wärme, kein Teil in innere Energie verwandelt. Ferner erwähnt Mayer, dass die Dampfmaschine Bewegung durch Aufopferung chemischer Differenz von Kohlenstoff und Sauerstoff erzeugt, dass man mittels Elektrizität chemische Differenzen in Bewegung verwandeln kann, — er ist 1842 im klaren Besitze der Umwandlungsidee, sein Blick umfasst, was Faraday, was Mohr, was Poncelet auf diesem Gebiete einzeln erschaut haben, und Mayer ist der Erste, der diese Umwandlungsgedanken quantitativ zur Äquivalenzbestimmung öffentlich durchgeführt hat.

Die zweite, in dem Jahre 1845 veröffentlichte Arbeit Mayers "Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel" beginnt mit einer Darlegung der unorganischen Umwandlungen, in welcher die erste Schrift, die, wohl um ihre Aufnahme in eine wissenschaftliche Zeitschrift 33) möglich zu machen,

in lapidarer Kürze gehalten war, noch mehrfache Ergänzungen und Erweiterungen erfährt. In seiner schon charakterisierten Weise leitet Mayer auch hier "a priori" aus der Kausalität mit kurzen Worten die Einheit der "Kraft" her; "ex nihilo nil fit, nil fit ad nihilum" heisst hier sein Ausgangspunkt. Er bekämpft wieder den alten Kraftbegriff, verfolgt die verschiedenen Formen der "Kraft" und stellt sie in einer Tafel der Energieformen zusammen; hier steht auch die ausführliche Berechnung des in der Erstlingsschrift nur kurz angegebenen Wärmeäquivalents, das nun zu 367 kg m: (kg) °C bestimmt wird. Wie Mayer dann seine Umwandlungsideen durch die organische Natur verfolgt, - das im einzelnen darzulegen, habe ich an dieser Stelle, wo es sich um die Begründung, nicht um die Ausbeutung des Energieprinzips handelt, keine Veranlassung. Auch die späteren Schriften dieses weitblickenden Forschers haben an dieser Stelle für uns nur die Bedeutung, dass sie beweisen, wie er sich der Tragweite der neuen Erkenntnis für das ganze Gebiet der Natur vollbewusst war.

Aber die Mayer'sche Begründungsweise des Energiegedankens selbst erfordert noch einige Worte prinzipieller Kritik.

In den Erfahrungswissenschaften sind nur Beweise aus der Erfahrung stichhaltig, die induktiv oder deduktiv formuliert sein können 34). Mayers Ableitung des Energieprinzips ist eine deduktive. Er geht von Ansichten über den Kausalzusammenhang aus. die allerdings als erfahrungsmässig gesichert angesehen werden können, über deren Ursprung aus der Erfahrung Mayer sich aber nicht aufgeklärt hat. "A priori lässt sich beweisen" meint er "und durch die Erfahrung überall bestätigen, dass die verschiedenen Kräfte ineinander sich verwandeln lassen". Derartigen Aussprüchen gegenüber muss betont werden, dass Mayers Ausgangssätze "causa aequat effectus", "ex nihilo nihil fit" keineswegs logische Wahrheiten sind, weder analytische Urteile noch synthetische a priori. A priori steht nur die Gesetzlichkeit der Naturvorgänge als Voraussetzung aller Erfahrung fest. Dass an einer Stelle der Kette ihrer Umformungen die Energie immer unter ganz bestimmten Bedingungen verschwände, würde dem a priori gegebenen nicht widersprechen, sondern widerspricht der Erfahrung über die nähere Beschaffenheit des Kausalzusammenhangs. Und entspricht nicht z. B. Carnots Ansicht, dass Temperaturausgleich und Arbeit äquivalent seien, auch dem Satze ex nihilo nihil fit? Was hilft also ein solch

<sup>\*)</sup> v. Helmholtz, Das Denken in der Medizin, ist hierüber zu vergleichen. Reden II, 167.

allgemeiner Satz den konkreten Erscheinungen gegenüber. Nur die Erfahrung kann entscheiden, in welcher besonderen Weise der Satz in jeder Gruppe von Naturerscheinungen zur Geltung kommt. Sie zieht auch Mayer überall sorgsam zu Rate und vermeidet dadurch die Fehler, welche seine naturphilosophischen Anläufe sonst zur sicheren Folge gehabt haben würden. Ja, die Sätze selbst, von denen Mayer ausgeht, sind, soweit sie überhaupt auf Erfahrungswissenschaft Anwendung finden, nur der metaphysisch verbrämte Ausdruck unserer Erfahrungen über die Unzerstörbarkeit der Energie. Philosophische Erörterungen, die mit solchen allgemeinen Sätzen beginnen, weisen damit wohl den Ausgangspunkt und das Ziel unseres wissenschaftlichen Bedürfnisses auf, sie sind der Ausdruck des Wunsches nach Erkenntnis, aber sie liefern nicht die Mittel der Erkenntnis. Und wenn eine glückliche Intuition den Philosophen doch zur Wahrheit führt, so ist es eben die Aufgabe des Kritikers, die Erfahrungsthatsachen herauszuheben, an welche diese Intuition angeknüpft ist 35).

Noch in einer Hinsicht giebt die Mayer'sche Behandlung Anlass zu einer grundsätzlichen Erörterung.

Mayer ist manchem Beurteiler unbequem gewesen, weil seine Leistung dem Dogma widerspricht, dass nur Experimente und allenfalls Mathematik die Physik zu fördern geeignet seien, nicht auch philosophierendes Durchdenken einer aus der Erfahrung erwachsenen Idee.

Dass diese falsche Meinung einen richtigen Kern hat, wird auch durch Mayers Arbeiten bestätigt. Naturgesetze sind Instrumente der Forschung<sup>36</sup>); sie erhalten erst durch die Mathematik ihren Schliff und ihre zur sicheren Anwendung nötige Schärfe; erst vielseitige Experimente sind im Stande, sie so fest zu gründen, dass die Forschung nicht bei jedem Schritte in ihre hinreichend genaue Gültigkeit Zweifel setzen muss; und selbst eine zweckmässige Terminologie ist vom Standpunkte des praktischen Nutzens keine verächtliche Beigabe. Die Leistung Robert Mayers, welche nur auf das zielte, was in der That zunächst erreicht werden musste, auf die Erweckung der Ideen von der Umwandlung und der Konstanz, blieb nach den angedeuteten Richtungen hin der Ergänzung bedürftig; der Heilbronner Arzt war nicht Fachmann genug, um diese Seiten der Sache würdigen zu können, geschweige um ihnen gerecht zu werden. In experimenteller Richtung hat Joule, in mathematischer haben Helmholtz,

Clausius und Thomson, in terminologischer Thomson und Rankine den Energiegedanken fördern müssen, bevor er im Stande war, in der heutigen umfassenden Weise Leitidee für das wissenschaftliche Denken zu werden. Mayer allein verdankt man das nicht.

Aprioristisch und philosophisch wie Mayer geht auch A. Colding, der Kopenhagener Ingenieur, ans Werk, der 1843 seine Gedanken über die Kraft "Nogle Soetninger om Kraefterne" veröffentlichte. Vom religiösen oder doch deistischen Standpunkte erscheint ihm die Konstanz der Energie unumstösslich als ein den gesamten Weltlauf umfassendes Gesetz. Umwandlung der ursprünglichen Gravitationsenergie des Nebelballs ist der Verlauf der Weltentwickelung. Auch Colding weist auf die bei der Zusammenpressung der Gase entwickelte Wärme hin, bestimmt aber das Wärmeäquivalent nicht aus dieser Umsetzung, sondern experimentell aus der Reibung von Metallen. Damit verfällt er in einen Fehler, den vielleicht Mayer nur zufällig vermieden, aber jedenfalls thatsächlich nicht begangen hat, er vernachlässigt erhebliche molekulare Arbeit<sup>37</sup>).

#### Die experimentellen Belege der Äquivalenz.

Jakob Prescott Joule.

Faradays Geist schwebt über der Entwickelung des Energiegesetzes in England. Durch seine Entdeckungen war die Umwandlungsidee zur Anerkennung gelangt, sie war ihm geradezu Leitidee gewesen. Damit war das erste Stadium eines induktiven und experimentellen Beweises für das Energiegesetz gesichert: es war gezeigt, dass die Auffassung der Veränderungen als Umwandlungen eine höchst zweckmässige ist. Dem Experimente blieb nun weiter übrig, festzustellen, nach welchen Quantitätsverhältnissen sich die verschiedenen Energieformen ineinander umwandeln und ob diese Äquivalenzzahlen bei allen Umwandlungen zweier bestimmter Energieformen ineinander denselben festen Wert zeigen. Diesen experimentellen Arbeiten unterzog sich mit eiserner Ausdauer Jakob Prescott Joule.

Sein Ausgangspunkt waren die durch den elektrischen Strom vermittelten Umwandlungen. Nachdem er 1841 seine Versuche über die in einem Drahte durch den Voltastrom entwickelte Wärme und über die elektrolytische Arbeit, die an deren Stelle treten kann, veröffentlicht hat, zieht er die Magnetoelektrizität und damit mechanische Energie in den Kreis der Untersuchung. Er schaltet \*) einen magnetelektrischen Apparat und eine Volta'sche Batterie in denselben Schliessungsbogen und zeigt zunächst, wie man durch Einschalten in gleichem und entgegengesetztem Sinne die den chemischen Veränderungen entsprechende Wärme durch Induktion vermindern oder verstärken kann. Dann fragt er weiter, ob zwischen der gewonnenen bez. verlorenen Wärme und der gleichzeitig verlorenen bez. gewonnenen mechanischen Energie ein konstantes Verhältnis bestehe. Er findet, dass eine Caiorie (pound. °F) äquivalent ist

(Die durch Klammern zusammengefassten Zahlen sind nach gleichem Verfahren erhalten). Aus diesen Versuchen schliesst Joule, dass "das mittlere Ergebnis" 838 als mechanisches Wärmeäquivalent anzusehen sei und verwertet sogleich diese Zahl für die Theorie der Dampfmaschine und der Elektromotoren.

Wer dem Gedankengange gefolgt ist, muss über diesen Schluss staunen. Wenn wirklich die Konstanz der Äquivalenz von vornherein zweifelhaft war, wie Joule es darstellt, so wird der Zweifel durch die Versuche fast bestätigt, keinenfalls gehoben. Die Wahrscheinlichkeit, dass dem mittleren Ergebnis eine naturgesetzliche Bedeutung zukommt, ist eine recht geringe und den ersten Versuchen Joules bis 1845 hat daher mit Recht Helmholtz 38) 1847 jeden Anspruch auf Genauigkeit abgesprochen.

Und doch ist Joule der Konstanz sicher und sinnt nur auf widerspruchsfreiere Beweise. Vertraut er also wirklich seinem Experimente allein? Keineswegs; nur deutet er auf seinen wahren Erkenntnisgrund selten und schüchtern fast hin. Schlüsse, wie sie Mayer soeben in Deutschland ausgesprochen hatte, nur mehr in Coldings religiöser Färbung, sind auch, ihm selbst mehr oder weniger bewusst, sein Leitfaden. Sie experimentell zu bestätigen war sein Ideal, aber die Sache selbst stand ihm vor dem Versuche fest. "Ich werde keine Zeit verlieren, diese Versuche zu wiederholen und auszudehnen," sagt er 1843, "da ich überzeugt bln, dass

die gewaltigen Naturkräfte durch des Schöpfers Werde unzerstörbar sind, und dass man immer, wo man eine mechanische Kraft aufwendet, ein genaues Äquivalent an Wärme erhält"\*). Und später schreibt er: "Da ich der Ansicht bin, dass nur der Schöpfer die Macht zu zerstören besitzt, so stimme ich der Meinung Rogets und Faradays bei, dass eine Theorie, die in ihrer Durchführung eine Zerstörung von Kraft fordern würde, notwendig falsch ist"\*\*).

Dank Joules späteren ausserordentlich sorgfältigen und verfeinerten Arbeiten ist uns heute das Wärmeäquivalent mit sehr geringem wahrscheinlichen Fehler bekannt. Aber von einem zwingenden Beweise des Energiegesetzes aus den Äquivalenzmessungen allein kann keine Rede sein. Wer z.B. heute behaupten wollte, dass bei jeder Umwandlung mechanischer Energie in Wärme die Äquivalenzzahl kleiner sei, äusserst wenig nur kleiner sei, als bei jeder umgekehrten Umwandlung, könnte der durch die Messungen vom Gegenteil überzeugt werden? Und doch würde ein solcher Unterschied, wenn er auch für einen Kreisprozess unerheblich erscheint, bei den tausendfachen Umwandlungen, die überall vor sich gehen, jede allgemeine und prinzipielle Gültigkeit des Energiegedankens zu nichte machen. Oder wenn nun das Wärmeäquivalent von der Temperatur der verschwundenen oder erzeugten Wärme abhängig wäre, wie es Reech offen liess? Oder überhaupt von der Art der Änderung, wie es Hirn behauptete, der erst 1860 die Konstanz der Äquivalenz anerkannte 39)? ---

Nein, in tausendfachen induktiven Schlüssen, wie sie z.B. in Mayers Ausgangsgedanken ex nihilo nihil fit verschwommen sind, wie sie sich scharf und klar im Perpetuum-mobile-Prinzip vereinigt haben, muss das Energiegesetz seine Stütze finden oder in einem deduktiven Beweise aus der mechanischen Weltanschauung, aus religiösen Erhaltungsideen, aus monistischen Vorstellungen. Durch die experimentellen Ermittelungen des Äquivalenzwertes wird unser Wissen von der Energie erweitert, aber nicht begründet.

Wer das Energieprinzip nicht zugiebt, wird allenfalls durch das Experiment gezwungen werden, anzuerkennen, dass bei der Zusammenpressung der Gase Wärme und Arbeit innerhalb gewisser Grenzen äquivalent sind, aber für die Volumänderungen anderer Stoffe

<sup>\*) 1843</sup> Juli, Phil. mag. (3) 23.

<sup>\*)</sup> Phil. mag. (3) 23, auch Spengels Übersetzung "Das mechanische Wärmeäquivalent." Braunschweig 1872, S. 39.

<sup>\*\*)</sup> Phil. mag. (3) 26.

die Äquivalenz leugnen <sup>40</sup>): wer sich jedoch vom Energiegedanken leiten lässt, schliesst auf innere Energie, wo die äussere allein keine Äquivalenz ergiebt. Und gerade darin liegt ja die Bedeutung umfassender Gesetze, wie das Energiegesetz eins ist, dass sie für höher geschätzt werden, als der Sinnenschein, dass man ihnen anderes Wissen unterzuordnen sucht, die Forschung ihrer Leitung anvertraut, dass man ihnen als regulatorischen Ideen folgt. Das Experiment beweist nie schlechthin, wie oberflächliches Urteil oft behauptet hat, — es bleibt immer Hülfsmittel im Dienste der Idee <sup>41</sup>).

Wenn aber das Energieprinzip als feststehend oder als höchst wahrscheinlich angesehen wird, dann gewinnen Joules Arbeiten, wie die seiner Nachfolger, auch für die Energieanschauungen die höchste Bedeutung. Sie bestätigen die Konstanz mit immer wachsender Genauigkeit; sie liefern die Vergleichung der für die verschiedenen Energieformen verwendeten praktischen Einheiten; sie zeigen endlich, ob unserer Beurteilung einer Umwandlung keine Energieform entgangen ist, insbesondere auch, ob wir berechtigt sind, eine Veränderung als Energieumsatz anzusehen, oder ob es sich nur um Auslösung handelt 42).

Vor allem aber soll man dessen eingedenk bleiben, dass erst durch Joules experimentelles Anfassen des Energiegedankens die weit überwiegende Zahl der Naturforscher zur Beachtung der neuen Idee gezwungen worden ist. Viel mehr, als heute es noch der Fall ist, waren in der Mitte des Jahrhunderts die Physiker allgemeinen Spekulationen, wie sie 1847 Helmholtz anstellte, oder gar den metaphysisch gefärbten Betrachtungen Mayers abgeneigt, Wie aufklärend hat solcher Abneigung gegenüber — um nur ein Experiment anzuführen — Joules Arbeit über das Ausströmen der Luft in leere und in lufterfüllte Räume gewirkt! Ohne dass man den Vorgang im einzelnen zu durchschauen vermochte, - das eine folgte aus der Umwandlungsidee und nur aus ihr, dass die von der ausströmenden Luft geleistete Arbeit auf Kosten einer andern Energie geleistet wurde. Und der Versuch bestätigte diesen Gedanken: Kraft war aus Wärme geworden. — So glänzt Joules Name als einer der einflussreichsten in der Geschichte der Energie.

#### Die Erhaltung der Energie.

Hermann v. Helmholtz.

Rosenberger\*) hat darauf hingewiesen, dass unser diskursives Denken intuitiv erkannte Wahrheiten zur Voraussetzung haben muss, für welche ein Beweis nicht verlangt wird; denn sonst wäre ja die Reihe der Beweise rückwärts eine unbegrenzte und wir könnten niemals zur Vollendung auch nur eines Beweises gelangen. Jedenfalls setzt exakte Forschung immer gewisse Sätze als zugegeben voraus und überlässt deren weitere Erörterung der metaphysischen Spekulation. Welche Wahrheiten aber als zugestanden betrachtet werden können, das hängt von der geschichtlichen Entwickelung des wissenschaftlichen Denkens ab, davon ab, ob einer hinreichenden Zahl von Menschen die Wahrheit der Prämisse ohne Beweis einleuchtet.

Auf einen solchen allgemein anerkannten Satz die Energievorstellungen gegründet und daraus exakt hergeleitet zu haben, ist das Verdienst von Herm. v. Helmholtz, welcher am 23. Juli 1847 in der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin seinen Beweis des Energiegesetzes vorgetragen hat.

Helmholtz geht aus von der Idee, die bei Mayer in der Form ex nihilo nihil fit auftritt, aber er ist sieh des Erfahrungsursprungs bewusst und wendet daher diese Idee in der exakten, von Carnot und dann von Clapeyron benutzten Form an:

Ein Perpetuum mobile ist unmöglich. "Denken wir uns ein System von Naturkörpern, welche in gewissen räumlichen Verhältnissen zu einander stehen, und unter dem Einflusse ihrer gegenseitigen Kräfte in Bewegung geraten bis sie in bestimmte andere Lagen gekommen sind: so können wir ihre gewonnenen Geschwindigkeiten als eine gewisse mechanische Arbeit betrachten und in solche verwandeln. Wollen wir nun diese Kräfte zum zweiten Male wirksam werden lassen, um diese Arbeit noch einmal zu gewinnen, so müssen wir die Körper auf irgend eine Weise in die anfänglichen Bedingungen durch Anwendung anderer uns zu Gebote stehender Kräfte zurückversetzen; wir werden dazu also eine gewisse Arbeitsgrösse der letzteren wieder verbrauchen. In diesem Falle fordert nun unser Prinzip, dass die Arbeitsgrösse, welche gewonnen wird, wenn die Körper des Systems aus der

<sup>\*)</sup> Über die Genesis wissenschaftlicher Entdeckungen und Erfindungen. Braunschweig 1885. S. 12.

Anfangslage in die zweite, und verloren wird, wenn sie aus der zweiten in die erste übergehen, stets dieselbe sei, welches auch die Art, der Weg oder die Geschwindigkeit dieses Übergangs sein mögen. Denn wäre dieselbe auf irgend einem Wege grösser, als auf dem andern, so würden wir den ersteren zur Gewinnung der Arbeit benutzen können, den zweiten zur Zurückführung, zu welcher wir einen Teil der soeben gewonnenen Arbeit verwenden könnten und würden so ins Unbestimmte mechanische Kraft gewinnen, ein Perpetuum mobile gebaut haben, welches nicht nur sich selbst in Bewegung erhielte, sondern auch noch im Stande wäre nach aussen Kraft abzugeben"43).

Denkt man sich die Naturerscheinungen immer nur durch beschleunigungbestimmende Kräfte im engen Sinne der Mechanik verursacht, so behauptet der Helmholtz'sche Satz: Es giebt nur konservative Kräfte, und er findet seinen mathematischen Ausdruck im Gesetze von der Erhaltung der lebendigen Kraft. Diesen Standpunkt mechanischer Weltanschauung bevorzugt Helmholtz; aber sein Prinzip von der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile - weist er nach - ist umfassender und gilt für alle Veränderungen in der Natur, die auf irgend einem Wege rückgängig gemacht werden können. Ebenso wie die erlangten Geschwindigkeiten, kann man auch die eingetretenen molekularen Störungen, chemischen Umsetzungen, Temperaturen, elektrischen Ladungen u. s. f. als Arbeitsquellen ansehen, da sie sich in Arbeit umsetzen lassen. Es ist nicht nötig, dass man sich derartige nichtmechanische Veränderungen mittels einer geeigneten Hypothese als mechanische vorstellt, dass man zum Beispiel bei Besprechung des Wärmeumsatzes sogleich die mechanische Hypothese heranzieht; - eins nur ist nötig: Die Bestätigung der Äquivalenz jener Energieen mit mechanischer Energie 44). Diese Bestätigung zu suchen bezeichnet Helmholtz als eine der Hauptaufgaben für die nächste Zukunft der Physik. Das Gebiet physikalischen Wissens durchmusternd zeigt er, wie nicht nur die Energieübertragungen durch Gravitation, durch inkompressible und durch vollkommen elastische Körper dem Gesetze entsprechen, sondern auch - sobald man die Wärme als Äquivalent mechanischer Energie zulässt — der Stoss unelastischer Körper und die Reibung, die elektrischen, magnetischen und elektromagnetischen 45) Vorgänge. Durch Helmholtz' Arbeit von 1847 ist dem Energiegesetze seine zentrale Stellung in der modernen Naturwissenschaft gesichert worden.

Für die mechanische Auffassung der Naturerscheinungen ist das Problem noch nicht erledigt, wenn festgestellt ist:

1) Wärme, oder irgend eine andere Energie, besteht in Bewegungen und Lagenänderungen der kleinsten Teile, kurz in einem mechanischen Vorgange; 2) Über die besondere Natur dieses Vorgangs wissen wir, dass Wärme mit Arbeit äquivalent ist. Die mechanische Auffassung wird durch das Verlangen nach klaren Vorstellungen zu einer bestimmten Hypothese über jene besondere Natur des mechanischen Vorgangs hingedrängt, zu einer Hypothese, welche den zweiten der eben angeführten Sätze zur logischen Folge hat.

So zieht sich denn durch die Helmholtz'sche Arbeit ein zweiter Gedankengang. Wenn es gelingen sollte, alle Naturerscheinungen durch konservative Kräfte zu erklären, so wäre die Konstanz der Energie unabhängig vom Perpetuum-mobile-Prinzip mit derselben hohen Wahrscheinlichkeit bewiesen, welche die Prinzipien der Galilei-Newton'schen Mechanik besitzen. Unter den Kräften, wie sie die ältere Mechanik gewöhnlich ins Auge fasste, haben nur Zentralkräfte, (d. h. zwischen je zwei Massenpunkten in Richtung der Verbindungslinie wirkende, nur mit der Entfernung der Punkte veränderliche, entgegengesetzt gleiche Kräfte) die Beschaffenheit, dass sie mit dem Perpetuum-mobile-Prinzip im Einklang stehen und an dessen Stelle treten können. Dieser Teil der Helmholtzschen Untersuchung hat bei der zweiten Veröffentlichung Beschränkungen erfahren müssen, da seit der ersten Drucklegung mehrfach Kraftübertragungen in Betracht gezogen wurden, welche den Prinzipien und Gepflogenheiten der älteren Mechanik nicht entsprechen. Ausser der Energieübertragung durch Zentralkräfte giebt es auch noch andere mechanische, d. h. durch beschleunigungbestimmende Kräfte vermittelte Übertragungen, welche mit dem Perpetuummobile-Prinzip im Einklange stehen. Gegenüber den neueren Versuchen, Naturerscheinungen durch solche Kräfte zu erklären, ist dieser Beweis des Energiegesetzes aus einer die ganze Natur umfassenden mechanischen Hypothese, der der Zentralkräfte, als Beweis gegenstandslos geworden, aber sein Grundgedanke ist als Postulat bedeutungsvoll geblieben. Jede neue Hypothese bemüht sich, vor allem die Helmholtz'sche Forderung zu erfüllen und dem Energiegesetze zu entsprechen.

Für den Fall, dass Zentralkräfte wirken, giebt Helmholtz dem Gesetze von der Erhaltung der lebendigen Kraft die Form, die er Helm, Energie. als Gesetz von der Erhaltung der Kraft bezeichnet: Die Summe der vorhandenen lebendigen und Spannkräfte ist konstant. Als Spannkraft zweier Punkte wird dabei die von ihnen noch erzeugbare Arbeit  $\int_0^r \varphi dr$  bezeichnet ( $\varphi$  Kraft, r Abstand). Die moderne Ausdrucksweise spricht diese wichtige Form des Energieprinzips als Gesetz von der Erhaltung der Energie in den Worten aus: Die Summe der vorhandenen kinetischen und potentiellen Energie ist konstant.

#### Die Eigenenergie der Körper.

Rudolph Clausius, Wilhelm Thomson.

Die Helmholtz'sche Folgerung aus dem Perpetuum-mobile-Prinzip knüpft an die alte Formel des Satzes von der lebendigen Kraft an. So wichtig diese Fassung seitdem für die Anwendung des Energiegesetzes in der Mechanik und in den mechanischen Theorien, die es mit beschleunigungbestimmenden Kräften zu thun haben, z. B. in der Elektrik, geworden ist, — so hat sich doch eine zweite Ausdrucksweise des Helmholtz'schen Prinzips von noch grösserer Tragweite erwiesen.

Die zweite Formulierung setzt die Erkenntnis der ersten, also des Satzes von der Erhaltung der Energie, voraus. Ist man aber durch diese dazu geleitet worden, die Arbeitsgrösse, welche von einem Körpersystem gewonnen oder verloren wird, als unabhängig von der Art (z. B. dem Weg oder den Geschwindigkeiten) des Übergangs anzusehen, so wird man aufhören, den Nachdruck darauf zu legen, dass ihr Verlust oder Gewinn ein Ergebnis äusserer Kräfte, von aussen geleistete oder entzogene Energie ist, wie Helmholtz es thut; — man wird vielmehr jene Arbeitsgrösse als Veränderung im Besitzstande des Körpers betrachten und nun diesen Besitz an Energie, diesen dem jederzeitigen Zustande des Körpers eigentümlichen Energievorrat ins Auge fassen, welcher durch die Aufspeicherung (emmagasiner le travail sagt Poncelet, stores of energy Thomson) der zugegangenen Arbeitsgrössen entstanden ist. Der Energievorrat oder die Eigenenergie des Systems ist eine Funktion der den augenblicklichen Zustand des Systems bestimmenden Coordinaten (bei nur mechanischen Vorgängen der räumlichen Coordinaten), ihr Differential nach diesen ein vollständiges.

Diese Erkenntnis war nach Helmholtz' Arbeit von 1847 bei dem damaligen Zustande der Mathematik eine reife Frucht. Clausius hat 1850 in seiner Abhandlung\*) über die bewegende Kraft der Wärme diese Funktion zuerst für thermodynamische Zwecke benutzt. Er bezeichnet sie dort mit einem Buchstaben, U, aber noch nicht mit einem Namen, sondern sagt, dass sie die freie und die zu innerer Arbeit verbrauchte Wärme umfasst.

Die ganze Bedeutung dieser Funktion erkannt zu haben, ist Thomsons Verdienst, welcher sie im fünften Teile seiner Abhandlung "On the dynamical theory of heat" folgendermassen einführt:

"Als gesamte Eigenenergie<sup>46</sup>) eines Körpers\*\*) sollte man den mechanischen Wert aller Wirkungen definieren können, welche der Körper durch Wärmeaussendung und Überwindung von Widerständen hervorbringen würde, wenn man ihn auf das Äusserste abkühlte und ihn - unter Verhinderung der Wärmebewegungen in ihm — sich unbegrenzt zusammenziehen bez. ausdehnen liesse (je nachdem nämlich die zwischen seinen Teilen wirkenden Kräfte anziehend oder abstossend wirken). Aber bei unseren gegenwärtigen mangelhaften Kenntnissen über vollkommene Kälte und über die Natur der Molekularkräfte, können wir diese gesamte Eigenenergie für keinen Teil der Materie bestimmen und nicht sicher sein, dass sie für einen endlichen Teil der letzteren unendlich gross ist. Daher erscheint es angemessen, einen gewissen Zustand als Normalzustand (standard state) des betrachteten Körpers zu wählen und den Ausdruck Eigenenergie schlechthin mit Bezug auf diesen Normalzustand anzuwenden.

Die Eigenenergie eines Körpers in einem gegebenen Zustande soll also den mechanischen Wert aller Wirkungen bezeichnen, welche der Körper beim Übergange aus dem gegebenen Zustande in den Normalzustand erzeugen würde, oder den mechanischen Wert der ganzen Leistung, die nötig wäre, um den Körper aus dem Normalzustande in den gegebenen zu bringen."

Diese Definition ist 1855 Phil. mag. (4) 9 veröffentlicht, aber sie stammt aus dem Jahre 1851 und wurde am 15. Dezember dieses Jahres in der Edinburger Gesellschaft gelesen\*\*\*). Auch ist unter Hinweis auf letztere Veröffentlichung 1852 in einer Fussnote

<sup>\*)</sup> Berl, Akad, Febr.; Pogg, Ann. März April; Phil, mag. (4) 2.

<sup>\*\*)</sup> Total intrinsic energy: Math. phys. Papers I, 292; früher total mechanical energy, später auch bloss energy.

<sup>\*\*\*)</sup> Transactions of the royal society of Edinburgh XX, part. 3.

des Phil. mag. 47) der Name angewendet, dort aber nur in thermodynamischer Hinsicht definiert. Für Wärmeerscheinungen wird in den angeführten Stellen auch die obige allgemeine Begriffserklärung zunächst verwertet, Thomson hat aber ihre umfassendere Bedeutung von Anfang an erkannt, denn schon 1852 (Phil. mag.) führt er als stores of mechanical energy auf: gravitierende, elektrische, brennbare, bewegte, erwärmte, durchstrahlte Stoffe\*).

Mit Hülfe des Begriffs der Eigenenergie nimmt das Gesetz von der Erhaltung der Energie die Form an: In jedem Zeitraum ist der Zuwachs eines jeden Systems an Eigenenergie gleich der Summe aller vom System unterdess (positiv oder negativ) aufgenommenen Energiewerte (Arbeiten). Überhaupt schmiegt sich der Begriff der Eigenenergie nicht nur den Bedürfnissen der Thermodynamik an, aus denen er erwachsen ist, sondern auch — worauf besonders eindringlich C. Neumann\*\*) hingewiesen hat — denen der Mechanik; es ist der umfassendste Begriff, zu welchen die Entwickelung der reinen Energie-Ideen geführt hat.

#### Die Terminologie.

Thomson und Rankine.

Vereinsamt standen die ersten Begründer des Energiegesetzes in der Wissenschaft, kühl wurden ihre Arbeiten aufgenommen. "Es ist jetzt schwer," schrieb später Helmholtz an Tait\*\*\*), "sich in den Gedankenkreis jener Zeit zurück zu versetzen und sich klar zu machen, wie absolut neu damals die Sache schien . . . . R. Mayer war nicht in der Lage, Versuche anstellen zu können; er wurde von den ihm bekannten Physikern zurückgewiesen (noch mehrere Jahre später ging es mir ebenso); er konnte nur schwer Raum für die Veröffentlichung seiner ersten zusammengedrängten Darstellung gewinnen. Sie werden wissen, dass er infolge dieser Zurückweisung zuletzt geisteskrank wurde. . . . Die Aufnahme meiner Arbeit in Poggendorffs Annalen wurde mir verweigert, und unter den Mitgliedern der Berliner Akademie war es nur C. G. J. Jacobi, der Mathematiker, der sich meiner annahm. Ruhm und äussere

\*) Math. phys. papers I, 511.

\*\*\*) Wiss. Abh. I, 72 und 74.

Förderung war zu jener Zeit mit der neuen Überzeugung nicht zu gewinnen; eher das Gegenteil. . . . Mir scheint, dass auch Joule lange um Anerkennung seiner Entdeckung kämpfen musste." Wilhelm Thomson selbst, der — neuen Gedanken offen — damals mit Eifer den noch wenig betretenen Bahnen Sadi Carnots und Clapeyrons folgte 48), 1849 noch seinen Bruder Jacob anregte, die Abhängigkeit des Schmelzpunkts des Wassers vom Druck aus Carnots Prinzip zu beweisen, - Wilhelm Thomson schliesst sich erst 1850 den Energie-Ideen an, gewonnen durch Joules fortgesetzte Arbeiten und durch Rankines Entdeckung, dass expandierender gesättigter Dampf sich kondensiert. Aber sein Tag von Damaskus hat Thomson zu einem der besten Vorkämpfer der neuen Sache gemacht, welcher entschlossen genug war, gleichzeitig mit der Ausbildung des Begriffs der Eigenenergie, dieser letzten Wendung des Energiegedankens, auch eine selbständige Benennung einzuführen, in welcher die Eigenart der neuen Anschauungen zum glücklichen

Ausdruck gelangt. Das Wort "Energie" hat Wilhelm Thomson dem Wortschatze der englischen Sprache entlehnt. Schon oft hatte die Vieldeutigkeit des Kraftbegriffs zum wissenschaftlichen Gebrauche der Synonymen des Wortes Kraft Anlass gegeben; z. B. wurde vis, besonders im Englischen vis viva, gern neben force angewendet, ferner Effekt, von Newton Aktion, von Johann Bernoulli effort, von Poncelet besonders nachdrücklich Arbeit (travail, labour, work), von Carnot puissance motrice, motive power bei Thomson, auch mechanical power (Bewegungsmacht d. i. Macht zu bewegen und Macht der Bewegung) — es lag also dem Engländer nicht fern, das ihm noch zu Gebote stehende Wort energy anzuwenden. War doch ἐνέργεια in seiner Gegenstellung zu δύναμις als wissenschaftliche Bezeichnung bereits von der Aristotelischen Metaphysik überliefert, hatten doch Galilei und neuerdings Poncelet 49) sich mehrfach des Wortes bedient, sei es um eine besondere Seite des Kraftbegriffes, nämlich die Wirkung gegenüber der Fähigkeit, hervorzuheben, sei es mehr im allgemeineren, nicht wissenschaftlich beengten Sinne der Umgangssprache. In dieser letzteren Absicht hat Thomson selbst den Ausdruck angewendet, 1849, als er noch auf Carnot'schen Standpunkte steht. Was wird - fragt er (Math. phys. Papers I, 118) - aus dem mechanischen Effekt, den die in einem festen Körper geleitete Wärme erzeugen könnte? Nichts kann bei den Thätigkeiten der Natur verloren gehen - no energy can be destroyed.

<sup>\*\*)</sup> Sächs. Akad. 1873. Bd. X; schon vorher in Universitätsvorlesungen.

Im allgemeineren Sinne führte ja auch Joh. Müller das Wort wieder in die Wissenschaft ein mit seiner Lehre von den spezifischen Sinnesenergien, und daran anschliessend braucht es in bestimmteren, der heutigen Thomson'schen Bedeutung eng verbundenem Sinne 1850 Helmholtz, indem er die mechanischen Äusserungen der Muskelthätigkeit unter dem Namen Energie des Muskels zusammenfasst <sup>50</sup>).

Auf dem Gebiete der Mechanik im engern Sinne bedienten sich in bestimmt definierter Weise zuerst Johann Bernoulli und Varignon, dann Thomas Young des Wortes. Bernoulli bezeichnet 1717 in einem Briefe an Varignon die virtuellen Arbeiten, deren Summe nach dem Prinzipe der virtuellen Geschwindigkeiten verschwindet, wenn Gleichgewicht herrscht, als die Energieen der Kräfte, und Varignon bedient sich dieser Bezeichnungsweise bei der Lösung spezieller Probleme. — Thomas Young wendet 1807 das Wort als englisches Synonym für vis viva bei der Besprechung des Stosses an, da ihm wohl diese lateinische Benennung für seine Vorlesungen über natural philosophy nicht volkstümlich, nicht allgemein verständlich genug erschien 51).

Aber unzweifelhaft gebührt Thomson das Verdienst, das Wort Energie in seiner jetzigen umfassenden und doch wissenschaftlich streng definierten Bedeutung eingeführt zu haben.

Und das ist ein grosses Verdienst. "Wenn begreifen heisst Begriffe bilden, und wir im Begriffe einer Klasse von Objekten zusammensuchen und zusammenfassen, was sie von gleichen Merkmalen an sich tragen: so ergiebt sich ganz analog, dass der Begriff einer in der Zeit wechselnden Reihe von Erscheinungen das zusammen zu fassen suchen muss, was in allen ihren Stadien gleich bleibt"\*). In diesem Sinne ist die Bildung des Energiebegriffs die Krönung des Lehrgebäudes von der Energie, und die völlige Abtrennung von dem alten Namen "Kraft", den Mayer und noch Helmholtz für die neue Anschauungsweise in Anspruch nahmen, ein glücklicher und, terminologisch zunächst, äusserst fruchtbarer Gedanke.

Er erleichterte vor allem die selbständige Ausbildung der den Energie-Ideen entsprechenden Terminologie. 1853 unterschied Wilhelm Johann Macquorne Rankine potentielle und aktuelle

Energie, an Daniell Bernoulli - wohl unbewusst - anknüpfend. Die Unterscheidung bezieht sich auf alle Energieformen, wie Rankine 1864 noch einmal ausdrücklich hervorhebt, nicht nur auf die mechanische Energie, für welche sie allgemeinere Verwendung gefunden hat. Thomson, der selbst ein Jahr vorher die mechanischen Energieformen als statisch und dynamisch unterschieden hatte, schloss sich doch der Rankine'schen Nomenklatur sogleich an, führte aber später 1862 statt der Bezeichnung aktuelle Energie in die Mechanik den Namen kinetische Energie ein 52). — Trotzdem schon 1856 Helmholtz die Zweckmässigkeit der Rankine'schen Unterscheidung hervorgehoben hatte\*), haben sich die neuen Bezeichnungen doch verhältnismässig nur langsam verbreitet, allgemeiner wohl erst unter dem Einflusse des Lehrbuches von Thomson und Tait. Durch den Namen potentielle Energie (Lagenenergie) sind ganz verdrängt oder doch teilweise zurückgedrängt worden die Bezeichnungen force vive latente (L. N. M. Carnot), force vive virtuelle (Sadi Carnot), Fallkraft bez, Kraft schlechtweg (Mayer), Spannkraft (Helmholtz), Ergal (Clausius), ja selbst Potential. Die Benennung kinetische Energie (Bewegungsenergie) ermöglicht es, die allerdings noch weit verbreitete und fest eingewurzelte, aber doch terminologisch fehlerhafte "lebendige Kraft" zu beseitigen.

An diesen neuen Namen hängt ein Stück der Sache. Es ist bezeichnend, was Rankine selbst\*\*) zur Verteidigung seiner Nomenklatur vorgebracht hat, als sie von Johann Herschel beanstandet worden war \*\*\*).

Herschel hatte sie als unglücklich bezeichnet, "sofern sie einen Gemeinplatz an Stelle einer grossen Wahrheit setzt." Und in der That ist in einem Satze wie dem: Die Summe der aktuellen und der potentiellen Euergie ändert sich nie — nicht leicht die Geistesarbeit von Jahrhunderten wieder zu erkennen, die in ihm niedergelegt ist. Aber Rankine hat ganz Recht, wenn er entgegnet, dass, was Herschel seiner Nomenklatur vorwirft, gerade das Kennzeichen jeder gesunden Bezeichnungsweise ist. Die Definitionen von A und B müssen so gewählt sein, dass aus ihnen die Bezeichung, die zwischen A und B besteht, als logische Folgerung, als selbstverständlich sich ergiebt. Die Wahrheit ist deshalb noch

\*\*) Phil, mag. 1867.

<sup>\*)</sup> Helmholtz, Thatsachen in der Wahrnehmung. Vorträge II, 244.

<sup>\*)</sup> Berliner Berichte für 1853: Bericht über Rankine, On the general law of the transformation of energy.

<sup>\*\*\*)</sup> Herschel, On the origin of force. Fortnightly review und Familiar lectures.

nicht ohne Weiteres bewiesen, es bleibt zu prüfen, ob die Definitionen den wirklichen Beziehungen der Dinge entsprechen. — Wohl ist kein Begriff ein Urteil, aber jeder aus Induktion stammende Begriff enthält Urteile. Die Induktion ist nicht abgeschlossen, wenn sie zum Naturgesetz geführt hat. Wie in der sittlichen Welt ist auch in der Naturwissenschaft das Gesetz nur ein Durchgangspunkt der Entwickelung; den Abschluss bildet die Ausbildung der Begriffe, die das Gesetz als logische Folge erscheinen lassen.

Und ist nicht auch die Verschiebung des Wissens in die Begriffsbildung ein Kennzeichen des Fortschrittes von gelehrter Wissenschaft zum gemeinen Wissen? "Schon der Umstand, dass in der Sprache eines intelligent beobachtenden Volkes eine gewisse Anzahl von Dingen mit einem und demselben Worte bezeichnet wird, zeigt an, dass diese Dinge oder Fälle einem gemeinsamen naturgesetzlichen Verhältnis unterliegen; schon dadurch allein wird eine Summe von Erfahrungen der vorausgegangenen Generationen überliefert, ohne dass es so erscheint: (\*) Wer daran denkt, dass sich in unserm Jahrhundert das Bedürfnis nach allgemeiner Verbreitung mechanischen Wissens entwickelt, wie einst das Bedürfnis nach den einfachsten arithmetischen Kenntnissen sich geltend machte bis das Rechnen ein Gemeingut des Volkes wurde, - wer daran denkt, wird die Einfachheit der Terminologie, welche die Energie-Ideen gefunden haben, als einen nicht unwesentlichen Umstand erachten lernen, als eine Gewähr für volkstümliche Überlieferung richtigen und klaren mechanischen Wissens. Was einst Poncelet vorschwebte, als er seinen Arbeitsbegriff verwertete, um dem Praktiker die Mechanik zuzuführen, das dürfte sich in einem umfassenderen Sinne vom Energieprinzip bewahrheiten. Wie er es von seinem Begriffe der Arbeit rühmt, so tragen auch die Begriffe Vorrat an Energie, Aufspeicherung der Energie, Wucht (kinetische Energie) den Stempel ihres Ursprungs aus volkstümlichem Wissen, von dem ja die Mechanik die stärksten Anregungen zur Ausbildung der Energiebegriffe erhalten hat. Wenn nun die geläuterten Gedanken ins gemeine Wissen zurückflössen, so würde sich in gewisser Hinsicht nur eine Kette der Entwickelung schliessen; nichts anderes hat dann die Wissenschaft vollbracht, als ihr Höchstes:

> . . . was in schwankender Erscheinung schwebt, Befestiget mit dauernden Gedanken.

#### Das Ergebnis.

Die Entwickelung des allgemeinen Energiegedankens ist der Gegenstand unserer Betrachtung gewesen; es hat sich nicht — wie in den bis jetzt vorhandenen Vorarbeiten — um die Bedeutung gehandelt, welche das Energiegesetz für die Mechanik, nicht um die, welche es für die mechanische Wärmetheorie gehabt hat, — unser Gegenstand war umfassender, und es ist erklärlich, dass von unserem Stahdpunkte aus manches in anderem Lichte erscheint, als von jenen besonderen Gesichtspunkten. Um so wünschenswerter ist eine gedrängte Zusammenstellung der Ergebnisse dieser Erörterungen.

Wir können nur einen Beweis des Energiegesetzes anerkennen, einen induktiven. Seine Schlussweise ist mit folgenden Hauptzügen charakterisiert:

1) Ein Perpetuum mobile ist unmöglich.

2) Die verschiedenen Energieformen sind äquivalent.

Folglich ist die Energie unzerstörbar.

Der zweite dieser Sätze wird durch die Erscheinungen der Energieumformung begründet, durch mathematische Ergebnisse der Mechanik (S. 4) und durch experimentelle Äquivalenznachweise (S. 27) gestützt.

Das Perpetuum-mobile-Prinzip aber wird als ein mit unsern aprioristischen Vorstellungen über den Naturlauf innig verquicktes Erfahrungsergebnis begründet, wie die physikalischen Prinzipien der Newton'schen Mechanik\*): in einfachen Fällen erkennt man leicht, dass jede abweichende Auffassung der Naturvorgänge verwickelt oder falsch ist, während jene sich ungezwungen den Erscheinungen anschmiegt; aber auch in verwickelten Fällen führt jene Auffassung zu richtigen Folgerungen, wie der Erfolg des auf sie gegründeten Lehrgebäudes beweist.

Eine weitere naturphilosophische Begründung des Perpetuummobile-Prinzips aus monistischer Auffassung des Kausalzusammenhangs oder aus religiösen Erhaltungsideen können wir als beweiskräftig für exakte Forschung nicht anerkennen, — ohne ihren
Wert für die Bekräftigung der individuellen Überzeugung von der
Wahrheit jenes Gedankens leugnen zu wollen. Wir verweisen
derartige Erörterungen in die Metaphysik.

<sup>\*)</sup> Helmholtz, Denken in der Medizin. Vorträge II, S. 172.

<sup>\*)</sup> Vergl. des Verf. Elemente der Mechanik. Leipzig 1884. S. 2.

Der deduktive Beweis des Energiegesetzes aus der mechanischen Weltanschauung ist ein Scheinbeweis insofern, als die mechanischen Hypothesen von vornherein so eingerichtet werden, dass das Energiegesetz gilt. Der leitende Gedanke dieses Beweises ist aber wichtig als Postulat für jede mechanische Weltanschauung.

Das Energieprinzip

Der Gesamtbetrag der Energie ist unveränderlich (Mayer 1842) tritt in zwei Anwendungsformen auf:

- 1) als Gesetz von der Erhaltung der Energie (Helmholtz 1847),
- 2) als Gesetz von der Umwandlung der Energie oder von der Eigeneuergie (Thomson 1851).

Jede an einem Körpersystem betrachtete Naturerscheinung lässt sich nämlich als Aufnahme von Bestandteilen der Eigenenergie fremder Systeme in die Eigenenergie des betrachteten auffassen oder als Abgabe aus letzterer an andere Systeme.

Aus jedem Träger der Energie, d. i. aus jedem Körper, gewinnt man nun Energie, erfahrungsmässig in verschiedenen Formen, welche sämtlich seinem Energiebesitz, seiner Eigenenergie, entstammen. Solche Formen sind die kinetischen Energien der verschiedenen Bewegungsarten und ihrer Komponenten, die potentiellen Energien der verschiedenen zwischen den Körpern wirkenden Kräfte, die Wärmeenergie, die chemische Energie in ihm u. s. f.

Durch welche Energieformen und in welcher Weise auch immer die Eigenenergie eines Systems verändert werde, sie ist doch stets eine nur vom augenblicklichen Zustande des Systems abhängige veränderliche Grösse; oder das Differential der Eigenenergie, genommen nach den Grössen, welche den derzeitigen Zustand des Systems charakterisieren, ist ein vollständiges.

Dieses Gesetz möge als Gesetz von der Umwandlung der Energie oder als Gesetz von der Eigenenergie bezeichnet werden und der besondere Fall, welchen man erhält, wenn man es auf ein System anwendet, das seinen Energiebestand nicht verändert, z. B. auf die gesamte Körperwelt, als Gesetz von der Erhaltung der Energie.

Bei einigen Anwendungen des letzteren scheidet man die Energie des betrachteten Körpersystems hinsichtlich der ins Auge gefassten Naturerscheinung in zwei Gruppen, deren Summe dem Gesetze gemäss konstant bleibt: in die aktuelle und die latente oder disponible Energie. Welche Energieformen in einem vorgelegten Falle als aktuell, welche als disponibel angesehen werden, hat man im allgemeinen von der Auffassungsweise des Kausalzusammenhangs abhängig gemacht und von der Absicht, die man gerade verfolgte; nur in der Dynamik wird — ein Erbstück der alten dualistischen Anschauungen über mechanische Vorgänge — die kinetische Energie immer als aktuell, die potentielle als zur Disposition stehend angesehen. Das ist aber im Kausalzusammenhang wenig begründet: Die Kraft verursacht freilich Beschleunigung, nicht diese jene, aber kinetische und potentielle Energieänderungen bedingen — wenn man will, verursachen — sich gegenseitig.

Ein wesentlicher Unterschied beider Energieformen besteht allerdings: für den einzelnen Körper ist die kinetische Energie ein absoluter, vom Vorhandensein anderer Körper unabhängiger, die potentielle ein relativer Besitz; absolut kommt die potentielle Energie nur dem Systeme jener zwei Körper zu oder, wenn man will, dem Raum, dem Kraftfelde, in dem sie sich befinden. Aber an diesen Unterschied hat man wohl selten gedacht, wo man die beiden Energieformen als aktuell und disponibel einander gegenüberstellte; will man in allen Fällen durch ihn die Beziehung von Ursache und Wirkung charakterisieren, so ist dagegen gewiss nichts zu erinnern.

Man würde dann für alle Energieformen die Unterscheidung in folgender Weise treffen. Zur aktuellen Energie, die man sich im Körper in Thätigkeit befindlich vorstellt, rechnet man die Energieformen, welche einen absoluten, nicht von Beziehungen zu anderen Körpern abhängigen Besitz jedes einzelnen Körpers im betrachteten System bilden, wie die kinetische Energie, die von der absoluten Bewegung, die freie Wärme, die von der absoluten Temperatur abhängt. Disponibel aber denkt man sich denjenigen Teil der Energie, der während des Verlaufs der betrachteten Naturerscheinung in einem Körper aktuell werden oder auf Kosten der aktuellen Energie vermehrt werden kann, also die potentiellen Energieformen, die von den Beziehungen des Körpers zu anderen Körpern des Systems oder von den Beziehungen der Körperteile untereinander bestimmt sind, in geeigneten Fällen daher auch die latente Wärme und die chemische Energie.

Durchaus wesentlich und in der Erfahrung fest begründet erscheint jedenfalls die Unterscheidung der verschiedenen Energieformen, Wenn auch die mechanische Hypothese mit Erfolg bestrebt war, die Mannigfaltigkeit der erfahrungsmässigen Energieformen auf den Gegensatz zweier zurückzuführen, der kinetischen und der potentiellen, — den praktischen Aufgaben gegenüber ist die Wissenschaft doch immer zur Unterscheidung genötigt geblieben und muss z. B. die Wärme von anderen Formen der Energie gesondert halten. Welches ist also das Kennzeichen einer Energieform? Die Frage ist bisher nicht erledigt worden; und die Mittel, welche nach meiner Meinung es ermöglichen, ihre Beantwortung zu versuchen, liegen nicht auf dem reinen Gebiete der Energie-Ideen, sondern sind aus dem Bündnis derselben mit einem verwandten Vorstellungskreise, dem des Entropiebegriffs, erwachsen. Es wird daher unsere Aufgabe sein, die weitere Entwickelung der Energie-Ideen klarzulegen und ihre Befruchtung durch den Entropiebegriff zu kennzeichnen.

# TEIL III.

# Die Energetik.

### Das Energiegesetz als Integralgesetz.

In der theoretischen Mechanik ist ein Integral der dynamischen Differentialgleichungen der Ausdruck unseres Gesetzes. Diesem Ursprunge gemäss ermöglicht das Energiegesetz in allen seinen Anwendungsgebieten die Umgehung elementarer Vorgänge. Man braucht, wo es sich um die Umformung mechanischer Energie handelt, nicht die elementare Änderung der Geschwindigkeit ins Auge zu fassen, das Energiegesetz lehrt sogleich eine wesentliche Eigenschaft der Bewegungsänderung einzelner Punkte und ganzer Systeme kennen, welche auf Wegen von beliebiger Länge eintritt. Welche Energieformen auch ein Raumelement eines Körpers oder ein beliebiges Körpersystem aufgenommen und abgegeben habe und in welcher Folge immer, die Energiebilanz muss stimmen nach Ablauf beliebiger Zeiten. Damit leistet das Energiegesetz der Ökonomie der Wissenschaft grosse Dienste: es erspart mathematische Verwickelungen, es erspart Hypothesen.

So bot sich das Energiegesetz als Mittel dar, das philosophische Bedürfnis nach Überblick der Natur und Einsicht in ihre grossen Zusammenhänge zu befriedigen. Die kosmische Frage nach dem Ursprunge der irdischen Energie, die physiologische nach dem Ursprunge des Lebens, die grossen Umformungen im Haushalte der Natur, wie in den technischen Schöpfungen des Menschen hatten nicht umsonst die Ausbildung des Energieprinzips angeregt, sie empfingen nun auch wieder von diesem Aufklärungen und

Antriebe zu weiterem Erforschen.

Besonders erwies sich Sadi Carnots Gedanke weittragend, die verwickelten Wirkungen der inneren Kräfte durch Ersinnen geeigneter Kreisprozesse zu eliminieren\*).

Alle Begründer des Energiegesetzes <sup>53</sup>) haben sogleich in den ersten Jahren nach der Sicherung desselben die verschiedensten physikalischen Vorgänge mit schönem Erfolge in seinem Lichte aufgeklärt und vorzüglich in dem eben gekennzeichneten Sinne weitschauende Blicke in den Kosmos geworfen, welche während jener materialistischen, auf die Erforschung der speziellen Probleme gerichteten Zeit die weltumfassende Bedeutung des Energieprinzipes bewährten.

Und dabei heben es diese ersten Vertreter der Anwendungen des Energiegesetzes als eine der schönsten Seiten ihres Prinzips immer wieder hervor, dass sie, ohne spezielle Hypothesen zu bilden, ihre Ergebnisse erreichen. Das Energiegesetz bringt meistens die Erfahrungsthatsachen zum glücklichen Ausdruck, ohne auf Elementarvorstellungen, die doch nur durch Abstraktionen in die Erscheinungen hineingetragen werden, zurückgreifen zu müssen. Wenn ein Gewicht eine gegebene Höhe durchlaufen, der Teller des Elektrophors gehoben, ein Tropfen der Wasserinfluenzmaschine herabgefallen ist, so muss ein bestimmter Betrag Energie entstanden sein; und wenn man aus den Bedingungen des Systems auf die Form der entwickelten Energie schliessen kann, bedarf es eines weiteren Eingehens auf die elementaren Einzelheiten nicht. Diese Seite des Energiegesetzes, die sich nur bei den wenigen synthetischen Sätzen vorfindet, welche die exakte Forschung besitzt, macht den Umgang mit den Erscheinungen selbst in höherem Grade möglich und enthebt unsere Beschreibung der Naturvorgänge des umständlichen Eingehens auf die Elementarwirkungen.

Die Sätze von der Erhaltung des Stoffs, des Schwerpunkts, der Flächen sind solche synthetische Sätze, welche, indem sie gewisse Besonderheiten der Teilwirkungen als gleichgültig erkennen lassen, einen Teil der resultierenden Erscheinung vorauszusagen, beliebige Raum- und Zeitgebiete zu überschauen gestatten. Wer mit möglichster Ausnutzung des Schwerpunkts- oder des Flächenprinzips eine Aufgabe gelöst hat, kennt den eigentümlichen Reiz dieser Behandlungsweise. Die Antwort, die man erhält, ist klar

und quantitativ bestimmt; aber man behält die Frage auf den Lippen, welcher Art die partiellen Wirkungen gewesen sein mögen, die zu dem Resultat führten, und man spricht doch diese Frage nicht aus, weil es ja gar keine Antwort geben kann, die auf ein zweifelloseres und unmittelbarer den Thatsachen angepasstes Prinzip gestützt wäre, als auf das benutzte.

Ich beabsichtige nicht an dieser Stelle die Anwendungen, welche das Energiegesetz im Verlaufe der letzten drei Jahrzehnte gefunden hat, auch nur anzudeuten: es giebt keinen Zweig der Naturerkenntnis, in den es nicht sein Licht geworfen hat. Besonders soweit die mechanische Wärmetheorie von diesen Anwendungen berührt wird, findet man sie in den Lehrbüchern zusammengestellt.

Nur auf eine Verwendung des Energieprinzips muss ich eingehen, weil sie zu kritischen Prüfungen des Gesetzes selbst und seiner mit den Erfolgen wachsenden Ansprüche geführt hat, ja sogar zur Aufstellung eines neuen Energieprinzips.

Über Elementarwirkungen können wir nur Hypothesen bilden, die Elementargesetze, weil ja die Elemente des Raumes und der Zeit sich unserer Beobachtung entziehen. Dass es Elementarwirkungen giebt, ist selbst eine Hypothese, und welche Elemente es sind, zwischen denen sie stattfinden, ist nur hypothetisch festzustellen. — Der einzige Prüfstein dieser Hypothesen sind die "Integralgesetze", die "Gattungsbegriffe" der Erscheinungsgruppen. So ist das Mariotte-GayLussac'sche Gesetz ein Gattungsbegriff für Erscheinungen, die wir an den Gasen beobachten; aus welchen Elementarwirkungen es resultieren mag, ist Hypothese. Die elektrodynamischen Gesetze, welche das Neumann'sche Potential enthalten, sind Gattungsbegriffe; die elektrodynamischen Elementargesetze Hypothesen.

Ein solches Integralgesetz, und zwar das umfassendste, ist nun das Energiegesetz; daher dient es mit Recht, um die Richtigkeit der Elementargesetze zu prüfen: alle müssen vor ihm bestehen.

In Deutschland ist diese Verwendung des Energiegesetzes als eines Postulats für jede Annahme über elementare Vorgänge in dem Helmholtz-Weber'schen Streite um die Berechtigung des Weber'schen Grundgesetzes sehr scharf hervorgetreten.

Helmholtz hatte letzterem 1870 vorgeworfen, dass es in einem gewisse Sinne dem Energiegesetze widerspreche. So wenig in manchen Kreisen der deutschen Wissenschaft bis dahin vom Energiegesetze als solchem gehandelt worden war, — das schien

<sup>\*)</sup> Z. B. bei Rankine, Phil. mag. (4) 6 vom Jahre 1853. (Berl. Ber.) On the application of the law of the conservation of energy to the determination of the magnetic meridian.

sogleich niemandem zweifelhaft, dass jener Vorwurf ein tödlicher Pfeil werden könne.

Ob nun jener von Helmholtz hervorgehobene Sinn dem Energiegesetz als solchem innewohne, prüfte C. Neumann und wurde dabei auf seine allgemeine Behandlung des Energieprinzips geführt, die bereits S. 36 erwähnt worden ist.

W. Weber aber zeigte, dass sein Gesetz nicht nur dem ursprünglichen Energiegesetze nicht widerspreche, wie Helmholtz übrigens von vornherein zugestanden hatte, sondern dass man den Energie-Ideen selbst eine Wendung geben könne, die auf sein Grundgesetz hinführe, so dass sich dieses aus passend gestalteten Energiegedanken geradezu entwickeln lasse. Kommt auch für uns zunächst die Anerkennung des Energiegedankens als Prüfstein und als Basis zur Gewinnung neuer Gesichtspunkte, die in seiner Richtung liegen, in Betracht, so gebührt doch der Weber'schen Wendung eine speziellere Berücksichtigung <sup>54</sup>).

Wirken zwei Punkte, deren Massen  $m_1$  und  $m_2$  sind, mit Kräften aufeinander, welche dem Gesetze der Gleichheit von Aktion und Reaktion genügen und ein Potential V besitzen, so kann man das Energiegesetz in der Form darst  $\mathbb{P}_{\mathbf{n}}^{n}$ 

$$V + \frac{2 f^2}{\mu r^2} + \frac{1}{2} \mu r'^2 = a$$

Hierbei bedeutet f die Summe der Produkte aus den Massen und den von den Radienvektoren in der Ebene der Bewegungen während der Zeiteinheit bestrichenen Flächenräume, r ist der Abstand der Punkte, a eine Konstante und

$$\mu = \frac{m_1 \ m_2}{m_1 + m_2}.$$

Die potentielle Energie V verteilt sich also, indem sie sich in kinetische umwandelt, auf die rotatorische und auf die relative Energie  $\frac{1}{2}\,\mu\,\,r'^2$  des Systems. Wilhelm Weber will nun die potentielle Energie selbst als Bestandteil eines Energiefonds ansehen, der sich in relative Energie umsetzt. Diesem nach Anleitung des Energiegesetzes gebildeten Gedanken gemäss, setzt man

$$U = V + \frac{2 f^2}{\mu r^2}$$

wodurch das Energiegesetz die Form annimmt

$$U + \frac{1}{2} \mu r'^2 = a$$

oder, wenn  $\frac{1}{2} \mu r'^2 = x$  gesetzt,  $\frac{1}{2} \mu = \frac{a}{c^2}$  eingeführt wird,

$$U + x = a$$
  $U = a \left(1 - \frac{r'^2}{c^2}\right)$ .

Der Betrag dieser Wechselwirkungsenergie U, welche der relativen Energie x als Fond gegenübersteht, wie die potentielle Energie allgemein der kinetischen, ist von den wirkenden Kräften nicht unmittelbar abhängig, sondern nur von der jederzeitigen relativen kinetischen Energie. Sie stellt nach Webers Auffassung den aus der Wechselwirkung der beiden Teilchen hervorgehenden Energiebesitz dar, die ganze Potentialenergie, die aus der freien Potentialenergie V und der latenten (also  $2\,f^2\colon \mu\,r^2$ ) besteht.

Wie nun von den so gewonnenen Gleichungen aus sich das Weber'sche Grundgesetz durch einfache Betrachtungen ergiebt, das gehört nicht in den Kreis unserer Erörterungen.

Das Weber'sche Prinzip der Wechselwirkungsenergie hat die Energieübertragung durch beschleunigende Kräfte zur Voraussetzung, gilt also nur für mechanische Weltauffassung und hat deshalb nicht den umfassenden Gültigkeitsbereich wie Mayers Energieprinzip.

Indem das Energieprinzip, als Integralgesetz verwendet, den Blick von den elementaren Vorgängen weg auf das Gesamtergebnis der Wirkungen richtete, musste eine Eigenschaft der molekularen Prozesse immer auffälliger werden, auf die schon Sadi Carnot hingewiesen hatte: die Umkehrbarkeit der Energieumformung, welche die Einzelvorgänge zeigen, findet sich in den Gesamtvorgängen höchstens angenähert wieder. Es finden sich unter den Vorgängen, die unserer irdischen Macht unterworfen sind, wohl viele, bei denen die Umkehrung mit beliebiger Annäherung durchgeführt werden kann, aber bei den meisten ist sie unmöglich. Die mechanische Weltansicht kann dieser Thatsache nur dadurch Rechnung tragen, dass sie die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt eines Ereignisses in Betracht zieht. Theoretisch sind ja die durch konservative Kräfte bedingten Erscheinungen immer umkehrbar; nach der mechanischen Weltauffassung, dass die Welt ein konservatives System ist, müsste der Naturlauf genau rückwärts erfolgen, wenn man die Geschwindigkeiten aller Punkte in die entgegengesetzten verwandeln, die Welt umsteuern könnte. Der elastische Stoss einer bewegten gegen eine ruhende Kugel ist auch leicht umkehrbar, aber die Umkehrung des Stosses einer Kugel gegen einen Haufen von hundert ruhenden ist praktisch schon unausführbar und ein im Naturlauf höchst unwahrscheinliches Ereignis. Vom Standpunkte der mechanischen Hypothese begreift sich daher, dass die Wärmeerzeugung durch Stoss nicht umkehrbar ist: denn die Bewegungen der einzelnen Teile können wir nicht angeben, nur deren Gesamtbesitz an Energie, den wir als Wärme wahrnehmen. Die Teile einer Gasmasse, die sich in den leeren Raum ausdehnt, gewinnen kinetische Energie; der Vorgang ist nicht umkehrbar, weil wir wohl diese Energie dem Gase mitteilen können, aber nicht in der erforderlichen Ordnung.

Im Lichte der mechanischen Anschauung ist also Wärme die Energie ungeordneter Bewegung der Molekeln und die Geschwindigkeit dieser eine nicht differenzierbare Funktion der Koordinaten\*). Die Nichtumkehrbarkeit so vieler Prozesse hat ihren Grund darin, dass wir keine Mittel besitzen, im Unendlichkleinen hinreichende Ordnung zu schaffen. Das Mass der Unordnung aber wurde in der Entropie gefunden, einem Begriffe, der den Gegenstand des nächsten Abschnitts bilden soll.

#### Der Einfluss des Entropiegesetzes.

Vom Standpunkte des Energiegedankens können alle Veränderungen oder Verwandlungen (Clausius) in der Natur auf zwei Arten der Veränderung zurückgeführt werden: es sind teils Übergänge der Energie einer Form von einem Körper auf einen andern, teils Umformungen der Energie aus einer Form in eine andere\*\*). Wenn auch in den meisten Erscheinungen beide Vorgänge vermischt auftreten, so kann man sie sich doch stets getrennt denken und sich vorstellen, dass die auf einen Körper übergegangene Energiemenge einer Form sich in zwei Teile zerlegt, deren einer erhalten bleibt oder auf andere Körper übergeht, deren anderer sich

umformt. Ein Gewicht, das an einer Federwage hängend herabsinkt, behält einen Teil seiner potentiellen Energie und lässt von letzterer auf die Feder übergehen, ein anderer Teil aber wird in Wärme und kinetische Energie umgeformt, die dann ihrerseits auf die Umgebung und die Feder übergehen.

Das Energiegesetz sagt nun über die Umformung der Energie etwas aus, aber nichts über den Übergang. Bei Behandlung mechanischer Energieen empfindet man den Mangel nicht, weil die Kräfte bekannt sind, deren Einfluss man den Übergang zuschreibt. Aber die Anwendung des Energieprinzips auf thermodynamische Vorgänge erfordert die Heranziehung eines besonderen, den Energie- übergang beherrschenden Prinzips. Mayer und Holtzmann bedienen sich als solchen der Annahme, dass alle auf ein Gas übergehende Wärme sich in äussere Arbeit umformt, wenn die Temperatur unverändert erhalten wird, eine Annahme, deren Zulässigkeit Joule bewies; ein weittragenderes Prinzip ergriffen Clapeyron, Wilhelm und Jakob Thomson, indem sie auf Carnots Untersuchungen über den Wärmeübergang zurückgingen 56).

Clausius hat es 1850\*) zuerst erkannt, dass diese Carnot'schen Gedanken unentbehrliche Vorarbeiten für jede tiefer gehende thermodynamische Ausnutzung des Energiegesetzes waren, und diesem als dem Ersten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie, einen Zweiten Hauptsatz zur Seite gestellt, dem der leitende Gedanke Carnots zu Grunde liegt. Später 1854\*\*) hat Clausius das Prinzip, aus dem sein zweiter Hauptsatz hervorgeht, in folgenden Worten formuliert: "Es kann nie Wärme aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen, wenn nicht gleichzeitig eine andere, damit zusammenhängende Änderung eintritt" oder kürzer\*\*\*): "Die Wärme kann nicht von selbst (oder nicht ohne Kompensation) aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen."

Wir haben schon früher besprochen, dass Wilhelm Thomson vor dem Jahre 1850 sich mannigfach mit der Carnot'schen Arbeit beschäftigt hatte. Ihm lag es also besonders nahe, sie mit dem Energiegesetze, dem er sich in diesem Jahre zuwendete, in Verbindung zu bringen. Kurz nach der Clausius'schen Veröffentlichung erschien seine erste auf dem neuen Boden des Energieprinzipes

<sup>\*)</sup> v. Helmholtz 1882. Vergl. v. Oettingen, Thermodynamische Beziehungen. S. 24.

<sup>\*\*)</sup> Nach Clausius wurde die Gegenstellung noch besonders betont von v. Dellingshausen, Die Schwere oder das Wirksamwerden der potentiellen Energie. Kosmos 1884 und Stuttg. 1884. S. 70.

<sup>\*)</sup> Berl. Akademie Februar; Pogg. Ann. 79; Gesammelte Abhandlungen.

<sup>\*\*)</sup> Pogg. Ann. 93; Abhandlungen. \*\*\*) 1864; Abhandlungen S. 134 Ann.; II. Aufl. S. 81.

entwickelte Arbeit und in dieser ist der zweite Hauptsatz auf folgendes Prinzip gegründet\*): "Es ist unmöglich, mittels unbelebter stofflicher Agentien mechanische Wirkung von irgend einem Teile der Materie dadurch zu erhalten, dass man ihn unter die Temperatur des kältesten der umgebenden Gegenstände abkühlt" 57).

Clausius hat weiter unter Benutzung des von Carnot ersonnenen, von Clapeyron schon analytisch verwerteten Hülfsmittels des Kreisprozesses aus dem Prinzipe gefolgert, dass das Wärmeelement dQ, welches in die Eigenenergie eines Körperelements von der absoluten Temperatur T eintritt, als

$$dQ = T dS - T dN, dQ \le T dS$$

dargestellt werden kann, wobei d  $S \geq \frac{d}{T}$ das vollständige Differential

einer Funktion ist, die nur von den für den augenblicklichen Zustand des Körpers bestimmenden Coordinaten abhängt, d N aber eine von der Art des Übergangs abhängige Grösse darstellt, welche die nichtkompensierbare Verwandlung misst, nie kleiner als Null sein kaun, bei umkehrbaren Vorgängen gleich Null, bei nicht umkehrbaren grösser als Null ist. Die Funktion S nennt Clausius Entropie (1865), Rankine thermodynamische Funktion, Zeuner Wärmegewicht, Oettingen Adiabatie. Vorgänge, bei welchen die Entropie S abnähme, sind in der Natur unmöglich.

Hierdurch hat das Energiegesetz in der Thermodynamik eine analytische Bereicherung erfahren von erheblicher Tragweite. Ist nämlich E die Eigenenergie eines Körperelements, A die ihr als Arbeit, Q die ihr als Wärme zugeführte Energie, so ist nach dem ursprünglichen Energiegesetze in jedem Zeitelemente

$$dQ + dA = dE.$$

Gleichwie nun aus mechanischen Gründen  $dA = \Sigma P ds$ , bei vielen Anwendungen der Thermodynamik dA = -p dv gesetzt werden kann, so lehrt das Entropiegesetz auch dQ in analytisch analoger Form als TdS darstellen und das hierdurch vervollkommnete Energiegesetz lautet für umkehrbare Vorgänge  $^{58}$ )

$$T d S + \Sigma P ds = d E$$

bez.

$$T d S - p dv = d E.$$

Das Energieelement erscheint also als eine Summe von Produkten, deren entsprechenden Faktoren gewisse entsprechende Eigenschaften wesentlich zukommen. Dieser Gleichartigkeit der einzelnen Glieder werden wir im nächsten Abschnitte die Aufmerksamkeit zuwenden. Zunächst wurde nicht die Analogie der einzelnen Glieder ins Auge gefasst, sondern die eigenartige Natur des von der Temperatur abhängigen Gliedes betont, welche beim Übergange der Energie hervortritt.

So lange man allein die Umformung der Energie in Betracht zieht, wie für jedes Element des Körpers es das Energiegesetz ermöglicht, hat die Wärme nichts voraus vor den andern Energieformen. Anders gestaltet sich die Sache, wenn man durch das Entropiegesetz den Übergang der Wärmeenergie von einem Körper (oder Körperelement)  $K_1$  auf einen andern  $K_2$  untersucht. Empfängt ein dritter Körper K von  $K_1$  umkehrbar die Energie

1. . . . . . . . . 
$$dQ_1 = T_1 dS_1$$

und giebt umkehrbar an  $K_2$  ab

$$2. . . . . . . . dQ_2 = T_2 dS_2,$$

während er in sich  $d\,Q_1-d\,Q_2=d\,e$  in eine andere Energieform auf beliebigem Wege umwandelt, so ist identisch

3. . . 
$$de = (T_1 - T_2) dS_1 - T_2 (dS_2 - dS_1)$$
.

Da nun in der Natur Entropieverminderungen unmöglich sind, so gilt für den im Körper K stattfindenden Vorgang

$$d S_2 \ge d S_1$$
.

Wegen  $d Q_1 > d Q_2$  folgt aus 1) und 2) zunächst  $T_1 > T_2$  und weiter aus 3), dass zwischen den gegebenen Temperaturen ein Maximum von Energie  $d e = (T_1 - T_2) d S_1$  umgeformt wird, also ein Minimum  $d Q_2 = T_2 d S_1$  übergeht, wenn die durch Umformung entstandene Energie genügt, um den Übergang rückgängig zu machen, wenn also  $d S_1 = d S_2$  ist, oder die Gesamtentropie ungeändert bleibt  $^{59}$ ).

Die Eigenschaften der Entropie erschienen so eigenartig und standen gerade den vom Energiegesetze neu angeregten Konstanzideen so fremd gegenüber, dass der neue Begriff vielfachen Bedenken

<sup>\*) 1852,</sup> Phil. mag. (4) 4; Math. phys. papers I, S. 179.

begegnete und seine Vertreter immer von neuem zu Klarlegungen zwang\*), besonders nachdem Thomson die weitreichenden kosmischen Konsequenzen des Satzes gezogen hatte <sup>60</sup>).

Nachdem die Zweifel an der Richtigkeit des Satzes verstummt waren, blieb immer noch zu erörtern, woher denn seine Fremdartigkeit stamme. Vor allem wichtig war es für die mechanische Auffassung der Wärme, ihn aus mechanischen Prinzipien herzuleiten.

Rankine, Boltzmann, Burbury, Clausius, Ledieu, Szily, J. Müller haben diese Frage von verschiedenen Standpunkten aus ergriffen, und in neuester Zeit hat Helmholtz das Gleiche gethan <sup>61</sup>).

Die mechanischen Hypothesen über die Natur der Wärme fordern, dass die Wärme als mechanische Energie aufgefasst wird und stellen insbesondere die Temperatur als kinetische Energie vor. Um nun festzustellen, unter welchen mechanischen Bedingungen kinetische Energie die wesentlichen Eigenschaften der Temperatur besitzen kann, definiert Helmholtz die Temperatur als eine Funktion, welche 1) integrierender Nenner der Differentialgleichung d Q = 0 ist — eine Eigenschaft, auf welche bereits Zeuner ihre Definition mit Entschiedenheit gegründet hatte; - welche 2) für zwei Körper gleichen Betrag haben muss, wenn zwischen ihnen Wärmeaustausch nicht stattfinden soll, obschon er den übrigen Umständen nach möglich wäre, also bei Ungleichheit jener Funktionswerte eintreten würde; — und welche 3) eine Grösse von universeller Bedeutung ist, d. h. der Bedingung entspricht, dass, wenn Wärmegleichgewicht ist zwischen zwei Körpern und einem dritten, auch jene im Gleichgewicht sind.

Wenn nun in einem Punktsystem, welches dem Energiegesetze unterworfen ist, zwei verschiedene Gruppen von Vorgängen stattfinden, stationäre, deren Geschwindigkeit verschwindende Änderungen erleidet, und cyklische, d. h. Bewegungen von Punkten, deren räumliche Koordinaten sich nur wenig verändern, so lässt sich zufolge der Lagrange'schen Differentialgleichungen wirklich unter gewissen Bedingungen die (aufgenommene oder abgegebene) Wärme als die den cyklischen Bewegungen zugeführte oder entzogene Arbeit  $d\,Q$  auffassen. Kommt nämlich nur eine cyklische Bewegung im Systeme vor (monocyklische Systeme), oder hängen alle cyklischen Bewegungen ausser von der Lage der Punkte nur von einer einzigen Funktion, z. B. einer einzigen Geschwindigkeit ab

(gefesselte polycyklische oder allgemeine monocyklische Systeme), so ist die kinetische Energie des Systems einer unter den integrierenden Nennern der Differentialgleichung  $d\,Q=0$  und entspricht also der ersten der an die Temperatur zu stellenden Anforderungen.

Weiter: Wenn kein Austausch kinetischer Energie zwischen zwei oder mehreren monocyklischen Systemen physisch hergestellt werden kann, als durch Vereinigung derselben zu einem neuen monocyklischen Systeme (rein kinematische Koppelung), so entscheidet die Gleichheit jenes integrierenden Nenners darüber, ob im Falle einer solchen Koppelung kinetische Energie ausgetauscht wird oder nicht (isomore Koppelung): und damit werden die zweite und dritte der Bedingungen erfüllt, welchen die Temperatur genügen muss.

Die Wärme eines Körpers kann also gedacht werden, als die Energie der cyklischen Bewegungen eines monocyklischen Systems und die Temperatur ist die kinetische Energie derselben. Die Mechanik umfasst die Wärmeerscheinungen, wenn sie das Fesselungsprinzip anerkennt: Jede mögliche Fesselung cyklischer Bewegungen lässt zwar beliebige Steigerung der Geschwindigkeiten zu, aber so lange die räumliche Lagenbeziehung ungeändert bleibt — nur proportionale Steigerung aller.

Neben diesen vom Entropiegesetze vorzüglich angeregten mechanischen Untersuchungen her ziehen sich die Arbeiten zur tieferen, besonders analytischen Ausbeutung des Entropiegesetzes. Rankine lehrte die Entropie als ein wesentliches Bestimmungsstück des Körpers ansehen, Clausius, Wilhelm Thomson, Zeuner verwerteten sie nach verschiedenen Richtungen als charakteristische Funktion. Die neuen Gedanken analytisch zur Erkenntnis molekularer Vorgänge zu verwerten, ist die Aufgabe, welche sich Gibbs stellte, nachdem bereits 1873 Horstmann gelehrt hatte, dass die Dissoziation fortschreitet bis unter den vorliegenden Bedingungen das System seine Entropie nicht mehr zu steigern vermag. Zu einer weiteren Anregung wurden Brauns Untersuchungen über die in der galvanischen Zelle erzeugte Arbeit und Helmholtz trat wieder an den Energiegedanken, den er seit 1847 nicht direkt gefördert hatte, heran, um ihn mit den erweiterten Auffassungen für die Behandlung chemischer Vorgänge auszunutzen. 62) Es zeigte sich, dass nicht die Energie die Rolle spielt, welche ihr für die elektrischen Erscheinungen Thomson, für die chemischen

<sup>\*)</sup> Vergl. besonders Clausius, Abhandlungen, II. Aufl.

Berthelot hatte zuweisen wollen, — auch die Entropie nicht, wie Horstmann gemeint hatte, sondern die zuerst von Massieu und von Gibbs eingeführten freien Energien, auf welche uns die folgenden Betrachtungen leiten sollen.

# Das Energiegesetz als Grundgesetz.

Bei den grossen Erfolgen, die das Energiegesetz errang, konnte es nicht fehlen, dass seine Ansprüche wuchsen. Ursprünglich aus einem Satze entstanden, der sich nur als Folge der dynamischen Differentialgleichungen darstellte, also diesen unterordnete, war es zu einer selbständigen Auffassung der Naturvorgänge durchgedrungen und hatte sich so neben die alte Newton'sche Mechanik gestellt; — warum sollte es nicht sich über sie zu stellen suchen, als das oberste Gesetz der Natur, nachdem es sich, als das wahre Integralgesetz des Weltalls erwiesen hatte und doch auch, vorzüglich im Bündnis mit dem Entropiegesetze, die elementaren Vorgänge zu beleuchten verstand?

Freilich, zunächst lag doch gerade darin seine Bedeutung, dass es die elementaren Vorgänge zu umgehen gestattete, die Atome und die zwischen ihnen wirkenden Kräfte. Wie konnte es also Anspruch erheben auf Bedeutung auch für die Einsicht in die Elemente des Naturganzen? Die Antwort liegt nahe. Wer sagt uns denn, dass jene Atome nnd ihre Kräfte wirklich die Elemente der Welt seien? Wenn das nun ein Irrtum der Newton'schen Anschauung wäre? Die Energie ist das wahre Element der Welt, denn alles was wir von der Welt wissen, wissen wir über die Energie. - Aber ist damit nicht die mechanische Weltanschauung überhaupt preisgegeben und alles in Frage gestellt. was durch sie aufgeklärt worden? Gewiss nicht; muss denn Kraft die einzige Form des mechanischen Wirkens sein, Kraft, jener schwankende Begriff, an dem sich schliesslich nichts klar und bestimmt erwiesen hat, als die analytische Form? - Aber, Energie ist etwas unbegreifliches, nicht in bestimmter Form vorstellbares. Nun, Atom und Kraft doch wohl auch; und dass insbesondere die für die allgemeine Weltanschauung vorzüglich in Betracht kommende Form der Kraft, die Fernewirkung, etwas greifbar klares sei, hat wohl niemand behauptet, am wenigsten Newton selbst.

So entsteht denn die Aufgabe, das Energiegesetz zu einer Weltanschauung auszubilden, welche die Mechanik als Naturwissenschaft <sup>63</sup>) in sich schliesst, aber über ihre Grenzen hinausgreift.

Der Erste, der — bald nach der Feststellung des Energiegesetzes — in diesem Sinne die neuen Ideen verwertete, war Rankine <sup>64</sup>). Energetik nannte er die neue Wissenschaft, welche mit Hülfe der Energiebegriffe die Naturvorgänge, insbesondere die Grundlagen der Mechanik, zu erkennen strebt.

Von neuem wendete - andere Gesichtspunkte verfolgend -Clerk Maxwell das Energiegesetz als allgemeines Prinzip naturwissenschaftlicher Erkenntnis an. Auf dem Gebiete der Elektrodynamik richtet er sich gegen die überlieferten mechanischen Anschauungen und sucht Faradays Kraftlinien mathematisch zu fassen, um sie an die Stelle der Fernewirkung zu setzen. Wir wissen bereits, wie innig Faradays Gedanken mit dem Energiegesetz in Beziehung standen, und gerade mit der Seite desselben, die über das alte Prinzip der lebendigen Kraft hinaus führte. Maxwell bemerkt ferner, dass in den thermodynamischen Gleichungen nicht allein Arbeit und Wärme, sondern auch Druck und Temperatur, Volum und Entropie Gegenstücke bilden und begründet auch damit eine Auffassungsweise, welcher die Mechanik als ein besonderer Fall erscheint, dem die Gesetze anderer Energieformen nebengeordnet sind. Die Energie ist überall das Wesentliche der Natur; in Begriffen, wie die der Diffussion und der Fortpflanzung der Energie, der Fortpflanzung des Potentials, erblickt Maxwell den gereinigten Ausdruck der Thatsachen. So erfasst Maxwell das Energiegesetz als Grundgesetz der Natur, und wie man einst das Gesetz der lebendigen Kraft aus den dynamischen Differentialgleichungen hergeleitet hatte, leitet er umgekehrt diese aus dem Energiegesetze ab.

Diese vielversprechenden Versuche, das Energiegesetz zur Grundlage der Naturauffassung zu machen, lassen meines Erachtens einen Punkt von fundamentaler Wichtigkeit nicht genügend hervortreten.

Das Energiegesetz sagt, wie der Energiebetrag ausfallen muss, nachdem irgend welche Umwandlungen stattgefunden haben. Aber, ob solche stattfinden werden, sagt es nicht. Dem Energiegesetze als solchem würde offenbar genügt, wenn mit einem Schlage alle Veränderung aufhörte, z. B. der fallende Stein schweben bliebe, seine kinetische Energie in horizontalen oder rotatorischen Bewegungen

sich bewahrend. Das Gesetz führt nur Buch über die Ergebnisse der Umwandlungen, aber ob Umwandlungen eintreten müssen, weiss es nicht.

Wenn eine beschleunigungbestimmende Kraft, wie die Galilei-Newton'sche Mechanik sie versteht, auf einen Punkt einwirkt, so ist damit nicht nur gesagt, was eintritt, wenn er sich bewegen würde, sondern schlechthin, was eintritt; denn die Kraft hat "ein Moment in ihrem Wirken", sie äussert einen impeto, wie Galilei sagt, sie stellt ein Bestreben dar, Bewegung zu erzeugen, so dass eintritt, was eben eintreten kann. Wenn aber einem Körper Energie zugeschrieben wird, so ist damit noch gar nichts über den Eintritt neuer Erscheinungen gesagt; nur eine Folge, welche die Erscheinung haben würde, wenn sie einträte, ist vorausgesagt.

Das Energiegesetz giebt die kinetische Energie des fallenden Punktes für jede Höhenlage an, aber nicht die Bewegungsrichtung. Erst wenn man das Energieprinzip auf die virtuellen Bewegungen anwendet, ergiebt sich, dass die Horizontalkomponenten der Bewegung keine Veränderung der kinetischen Energie erleiden können, die Vertikalkomponente sie erleiden muss. Da fliessen nun freilich die dynamischen Differentialgleichungen aus dem Energiegesetze, da ist es Fundamentalgesetz geworden, aber da ist auch der Tendenzbegriff in die Betrachtung hineingetragen. Denn zu einer virtuellen Erscheinung, die unter allen sie ermöglichenden Umständen stattfindet, die stets eintritt, wenn sie möglich ist, muss ein Bestreben vorhanden sein, die eine Aussage ist eine Umschreibung der andern. Das sind Betrachtungen, welche man für selbstverständlich erachtet, wenn man das Energiegesetz in Begleitung der mechanischen Prinzipien anwendet, auf welche aber für einen selbständigen Gebrauch des Gesetzes nicht ausdrücklich genug hingewiesen werden kann 65).

In der That sind überall, wo das Energiegesetz zur Erweiterung unserer Kenntnisse über die elementaren Vorgäuge beigetragen hat, noch andere Gesetze im Spiele gewesen, welche die Tendenzvorstellungen in sich schliessen. Bei den Begründern des Energiegesetzes und in den ersten thermodynamischen Anwendungen ist entweder die Beschaffenheit der Gase herangezogen worden, und dabei messen Druck und Temperatur die Übergangstendenzen, oder das Entropiegesetz wurde zu Hülfe genommen, und damit die Tendenz der Wärme durch die Temperatur gemessen. Bei allen in das Gebiet der Mechanik eingreifenden Anwendungen des

Energiegesetzes werden geradezu die Vorstellungen von Kraft und Druck benutzt, und es wird stillschweigend als selbstverständlich erachtet, dass die Umformung von potentieller und kinetischer Energie, wenn sie möglich ist, auch eintritt in dem durch die Richtung der Kraft bestimmten Sinne. Auch das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten ist ohne Weiteres einleuchtend nur insofern man anerkennt, dass der Energiezustand sich ändert, wenn er sich ändern kann, dass er Bestreben hat zur Änderung.

Die Analyse der Erscheinungen führt immer auf solche virtuellen Wirkungen oder Tendenzen zu Wirkungen: es ist die Kausalität, die uns nötigt, die Wirkungen der einzelnen Energieformen uns virtuell vorhanden zu denken <sup>66</sup>).

Wohl setzten Hauptvertreter des Energiegedankens ihren Stolz darein und sahen es als den wesentlichsten Zug ihrer neuen Denkweise an, dass die "toten" Kräfte, die blossen Tendenzen zu wirken, als unnötige Vorstellungen eliminiert werden. Aber das leistet unser Energiegesetz nur in synthetischem Gebrauche, wenn es benutzt wird, um die Hauptbilanz zu ziehen. Einsicht in den Gang des Geschäfts erhält man so nicht: wer die Analyse der Naturerscheinungen ausführen will, muss in irgend einer Form die Tendenzen in Betracht ziehen, welche für die einzelnen Energieformen charakteristisch sind und die Art ihres Übergangs bestimmen.

In dieser Hinsicht zeigen nun die verschiedenen Energieformen gewisse gemeinsame Eigenschaften, welche sich zunächst in der analytischen Gestalt offenbaren.

Es ist bereits im vorigen Abschnitt bemerkt worden, dass das der Eigenenergie umkehrbar eingeformte Wärme element dQ in der Form TdS dargestellt werden kann, gleichwie die aufgenommene Ausdehnungsarbeit als -pdv erscheint. Auf die gemeinsamen Eigenschaften, die T und p, S und v besitzen, hat, wie bereits erwähnt, Maxwell hingewiesen  $^{67}$ ). Entropie und Volum sind Grössen, die ebenso wie die Eigenenergie, nur von den Koordinaten abhängen, welche den jederzeitigen Zustand des betrachteten Körperelements bestimmen. Die Entropie muss sich ändern, wenn Wärme, das Volum, wenn Ausdehnungsarbeit in die Eigenenergie des betrachteten Körperelements aufgenommen oder von ihr abgegeben wird. Und wie Entropie und Volum die augenblickliche Eigenart des Körperelements hinsichtlich der einfacheren thermodynamischen Vorgänge kennzeichnen, so bestimmen Temperatur und Druck

seine Beziehungen zur Umgebung. Jene muss in zwei Körpern verschieden sein, wenn Wärme, dieser, wenn Arbeit aus der Eigenenergie des einen in die des andern übergeht und stets findet dieser Übergang ausgleichend statt, von der höheren zur niedrigeren Temperatur, vom höheren zum niederen Druck. Ist einem Körpersystem Ausdehnungsarbeit nicht zugeführt und auch solche nicht von ihm abgegeben worden, so hat sich das Volum nicht verändert. Dass zur Erhaltung der Entropie des Systems nicht allein Ausschluss von Wärmeaufnahmen und -abgaben zwischen ihm und seiner Umgebung gehört, sondern auch keine nicht-umkehrbaren Wärmeübergänge im System vorkommen dürfen, — ist eine besondere Eigentümlichkeit der Wärme.

Aber nicht Wärme und Ausdehnungsarbeit allein entsprechen sich in solcher Weise, — die anderen Energieformen fügen sich denselben Beziehungen. Wenn die Geschwindigkeitskomponente x' des Massenpunkts m sich verändert, so ist der Zuwachs an kinetischer Energie darstellbar als d  $(\frac{1}{2} m x'^2) = x'$ . d (m x'). Die Bewegungsgrösse m x' muss sich ändern, wenn kinetische Energie der X-komponente aufgenommen oder abgegeben wird, die Geschwindigkeitskomponente x' muss in zwei Körpern verschieden sein, wenn kinetische Energie der X-komponente von einem auf den andern, z. B. durch Stoss, übergeht, und stets geht sie von dem geschwinderen Körper zum langsameren über. Findet in einem Körpersystem Energieaustausch statt, ohne dass kinetische Energie der X-komponente mit der Umgebung ausgetauscht wird, so bleibt die entsprechende Komponente der Bewegungsgrösse unverändert.

Einem System kann potentielle Energie zugeführt werden, entweder indem man dessen einzelne Massen oder indem man die Lagen derselben verändert. Durch Zufuhr des Massenelements dm erhöht sich die Energie der Masse m um V dm, wenn V die Potentialfunktion in m bezeichnet. Diese Darstellung hat zuerst als Analogie zu T d S ausführlich (und zwar in pädagogischer Absicht) Zeuner angewendet, dann in der Elektrizitätslehre Maxwell, in der Thermik Gibbs. Energieübergang durch Massenaustausch (z. B. durch Strömung) kann nur bei Verschiedenheit der Potentialwerte vom höheren zum niederen eintreten und dabei muss sich die Masse der einzelnen Elemente ändern, die Gesamtmasse aber erhält sich.

Die durch Lagenänderungen charakterisierten Energieübergänge sind von der relativen Lage je zweier Massenpunkte abhängig und durch deren Wechselwirkung bestimmt. Ist X die eine Komponente der letzteren und x die entsprechende Projektion der Entfernung beider Punkte, so erscheint das Energieelement dieser Form in Gliedern X d x. Soll Energie dieser Form von einem Punktpaar auf ein anderes übergehen, so muss die entsprechende Komponente der Wechselwirkung X in beiden Paaren verschieden sein und dabei ändert sich in jedem Paare die Projektion x. Bleiben in einem Systeme die Projektionen x unverändert, so hat es Energie dieser Form nicht aufgenommen oder abgegeben.

Diese Lagenenergie ist in der Form —  $p\ dv$  bisher hauptsächlich in der Thermodynamik zur Anwendung gelangt und bereits oben erwähnt  $^{68}$ ).

Die betrachteten Energieformen lassen sich hiernach sämtlich auf den Ausdruck J .  $d\,M$  bringen dergestalt, dass

- J eine Funktion von universeller Bedeutung (S. 54) darstellt, die in zwei Körpern oder Körperteilen verschieden ist, wenn Energie der betrachteten Form von einem auf den andern übergeht, wobei der Übergang vom höheren zum niederen J stattfindet;
- 2) M in jedem Körper oder Körperteile sich verändert, wenn er Energie der betrachteten Form aufnimmt oder abgiebt. Da sich durch Übergänge innerhalb eines Körpersystems die der Wärme entsprechende Funktion M, die Entropie, (nämlich durch nicht-umkehrbare Vorgänge) verändern kann, so ändert sich die einer Energieform zugehörige Funktion M nicht, wenn weder von aussen diese Energieform aufgenommen oder nach aussen abgegeben wird, noch durch innere Umformungen entsteht oder vergeht. Oder bei allen umkehrbaren Energieübergängen innerhalb eines Systems erhält sich der Gesamtbetrag der für die übergegangene Energieform gültigen Funktion M, der eine Körper verliert soviel M, als der andere gewinnt: M ist also charakteristisch für den Besitz eines Systems an einer Energieform.

Man kann M als Menge, Grösse oder Quantität, J aber als Stärke oder Intensität der Erscheinung, der Wirkung oder des Agens bezeichnen, welcher die betrachtete Energieform als Arbeitsäquivalent zukommt. Nach diesem Vorschlage würde z. B. heissen

	die Energieform	die Intensität	die Quantität	
der thermischen Wirkungen	Wärme	Temperatur	Entropie	
der Bewegungs- komponenten	kinetische Energie	Geschwindigkeit	Bewegungsgrösse	
der Fernewirkungen	er Fernewirkungen   potentielle Energie		Masse	
d. Wechselwirkungs- komponenten.	Arbeit	Kraft	Abstandsproj.	
der Ausdehnungen.	der Ausdehnungen. Arbeit		Volum.	

Die Grösse der von einem Körper aufgenommenen Energieform hängt von zwei Veränderlichen ab. Als diese Veränderlichen kann man stets die Intensität und die Quantität der Energieform wählen. So lange sich die Quantität nicht ändert, wird von der Energieform umkehrbar nichts aufgenommen und nichts abgegeben, wenn auch die Intensität sich ändert. Ändert sich die Intensität nicht, so ist die umkehrbar aufgenommene Energieform proportional der Quantitätszunahme und der Intensität.

Energiebestandteile charakterisieren sich demnach als einer Energieform angehörig, wenn es gelingt, ihre Elemente in der Form J. d M darzustellen, wobei die nur vom augenblicklichen Zustand des Körpers abhängigen Funktionen J und M die oben bezeichneten Eigenschaften besitzen müssen. Aus der Energie eines rotierenden Systems lassen sich z. B. die translatorische und die rotatorische Energie als besondere Energieformen ausscheiden, weil die Sätze von der Erhaltung des Schwerpunkts und der Flächen für sie geeignete Quantitätsfunktionen M kennen lehren  $^{69}$ ).

Mit Hülfe unserer Bezeichnungsweise lässt sich nun das Bestreben, welches jeder Energieform beigelegt werden muss, um die Energetik selbständig und frei von Sätzen zu machen, die nur für spezielle Energieformen gelten, in folgender Weise bemessen:

Jede Energieform hat das Bestreben, von Stellen, in welchen sie in höherer Intensität vorhanden ist, zu Stellen von niederer Intensität überzugehen. Sie heisst ausgelöst, wenn sie diesem Streben folgen kann.

Im Allgemeinen findet bei jedem Übergange Umformung statt. Beim Übergang von höherer zu niederer Intensität wird soviel Energie anderer Form erzeugt, beim umgekehrten Übergang verbraucht, dass die Quantitätsfunktion der übergegangenen Energieform ihren Gesamtbetrag nicht ändert, nämlich in dem einen Körper um ebensoviel vermindert, wie im andern vermehrt wird.

Nur die Wärme kann von höherer zu niederer Intensität übergehen, ohne dass eine für die Erhaltung ihrer Quantität genügende Umformung, ja ohne dass überhaupt Umformung eintritt.

Es ist also unmöglich, alle Energie einer Form dauernd in ein räumlich abgegrenztes Gebiet der Materie zu transportieren; denn wir müssten alle Energie erschöpfen, um das Bestreben jener Energieform, auf die Umgebung überzugehen, zu überwinden.

Die hier zusammengestellten Gedanken sind schon einige Male, obschon nur in spezieller Verwendung und ohne-prinzipielle Entschiedenheit, an den Tag getreten. Die Annahmen F. E. Neumanns, wie Kirchhoffs\*) über die Energieübertragungen und Arbeitsleistungen beim Durchgange des Lichtes durch die Grenzfläche zweier Mittel, sind doch wohl beide nur dann ohne weiteres einleuchtend, wenn man erwägt, dass jede Energieansammlung in der Grenzschicht mit der Dauer des Lichtdurchgangs unbegrenzt anwachsen würde. Der Einwurf, den Helmholtz gegen das Webersche Gesetz erhob, dass man doch die kinetische Energie eines Körpers nicht unbegrenzt steigern und gleichzeitig dem Körper Energie entziehen könnte, oder dass, wie C. Neumann es ausdrückt, der kinetische Teil der Eigenenergie notwendig positiv sein müsse, — dieser Einwurf weist ebenfalls auf die Anerkennung eines allgemeinen Intensitätsgesetzes hin, wie es eben ausgesprochen wurde. Die Bedingung für die Umformung der Energie auf einen allgemein gültigen Ausdruck zu bringen, hat zuerst Jakob Thomson 1861 unternommen, ohne Nachfolge gefunden zu haben 70).

Ja, das Bedürfnis einer Bezeichnungsweise, wie sie oben vorgeschlagen wurde, ist sogar schon mehrfach hervorgetreten: bei Maxwell z.B., wenn er den Entropiebegriff für thermoelektrische Zwecke verallgemeinert, — bei Zeuner, wenn er um seine Analogie zwischen Arbeit der Schwere und Wärme, Temperatur und Höhenlage zu wahren, die Benennung Wärmegewicht dem Namen Entropie vorzieht. Am entschiedensten hat sich seitdem wohl Mach 71 1871 für die Verallgemeinerung der durch das Entropiegesetz angeregten Vorstellungen ausgesprochen, indem er

<sup>\*)</sup> Kirchhoff, Berl. Abh. 1876, 2. Abt., S. 75.

den Zusammenhang zwischen der umkehrbar übergegangenen und umgeformten Wärme als einen für alle Agentien gültigen ansieht.

Die typische Grundlage für alle diese Verallgemeinerungen des Entropiegesetzes ist die Zeuner'sche Analogie zwischen Wärmeund Gewichtsübergängen. An dem einen Seilende eines Flaschenzugs hänge ein Gefäss, das vertikal auf und nieder steigen kann. Es kann in verschiedenen Höhen Wasserzuflüsse erhalten und Wassermengen ablaufen lassen, so dass es ein veränderliches Gewicht G in der veränderlichen Höhe H über dem Meereshorizont repräsentiert, dessen Energie GH so lange in nutzbare Arbeit mittels der Maschine verwandelt werden kann, bis das Gefäss in das tiefste ihm zugängliche Niveau  $H_0$  gelangt ist. Jede in der Höhe H stattfindende Stoffzufuhr d G ist zugleich eine Energiezufuhr dE = H. dG. So kann H als Intensität, G als Quantität nach unserer Auffassung angesehen werden und H hat die charakteristische Eigenschaft jeder Intensität. Die durch d G zugeführte dispenible Arbeit ist  $d E. \frac{H-H_0}{H}$ . Einen Kreisprozess führt die Maschine aus, wenn man, nachdem das Gefäss in der angegebenen Weise herabgesunken ist, es wieder in entsprechender Weise, aber mit geringerer Belastung G', z. B. leer, emporgehen lässt. Befindet es sich schliesslich wieder im Anfangszustande, so sind ihm ebenso viele Gewichte zugeführt, als entzogen worden, die Quantität hat sich nicht verändert. Hierbei ist vorausgesetzt, das die kinetische Energie unverändert bleibt. Wird solche erzeugt, und ihr Zuwachs geht während des Kreisprozesses für die Maschine verloren, so stellt dieser Vorgang in gewissem Sinne das Bild eines nicht umkehrbaren Prozesses dar, und die Maschine hat Wasserkraft vergeudet. - An diesen Erörterungen wird nichts Wesentliches geändert, wenn man H.g, die Potentialfunktion der Schwere als Intensität und G:g, die Masse, als Quantität anwendet, wie es für die Zwecke der Verallgemeinerung erforderlich ist 72).

Das Intensitätsgesetz ermöglicht es offenbar, auch für die Analyse der Naturerscheinungen das Energieprinzip zu verwenden. Nachdem man aus der Vergleichung der Intensitäten im betrachteten Körper und in der Umgebung erfahren hat, welche Veränderungen möglich sind, ergiebt sich für jede virtuelle umkehrbare Energieänderung eine Gleichung von der Form  $d E = \Sigma J.d M$ , und

weitere Beziehungen erhält man aus den Eigenschaften der hier auftretenden Funktionen. So folgen die dynamischen Differentialgleichungen des Punktes, wenn man diesem als Eigenenergie seinen Besitz an kinetischer Energie beilegt. Falls die Änderung beliebig, umkehrbar oder nicht-umkehrbar, vorausgesetzt wird, ist

$$dE + TdN = \Sigma JdM$$

wobei  $dN \ge 0$  von der Art des Übergangs abhängt und T die Temperatur bezeichnet. Die umkehrbaren Vorgänge bilden den Grenzfall dN = 0, wie die statischen Erscheinungen einen Grenzfall der dynamischen darstellen, und so erschliesst sich mit der Erkenntnis der Nicht-Umkehrbarkeit eine neue weittragende Aufgabe der Forschung.

Eine Folge des allgemeinen Intensitätsgesetzes ist es, dass von jeder Energieform unter gegebenen Umständen nur ein Teil zur Umformung verfügbar ist. Wenn die Quantität dM von der Intensität  $J_1$  auf  $J_0$  übergeht, so ist

$$d M \cdot (J_1 - J_0) = d E \frac{J_1 - J_0}{J_1}$$

umformbar, (ist es Wärme, höchstens umformbar), der Rest  $J_0$  dMbehält seine Energieform so lange, bis ihm eine tiefere Intensität als  $J_0$  zugänglich wird. Nun ist für unsere Mittel jeder Energieform eine solche unterste Grenze gesetzt: man kann die Geschwindigkeit wohl vorübergehend in vereinzelten Fällen, aber nicht allgemein unter die des Erdorts oder des Sonnensystems hinabdrücken, die Wechselwirkungen nicht allgemein unter den Betrag der universellen (Erd-, Sonnenanziehung) abschwächen. Es wird trotz der erwähnten Zeuner'schen Erörterungen immer wieder die Ansicht ausgesprochen, nur der Wärme komme die Eigenschaft zu, dass ein Teil für weitere Arbeit unverwandelbar sei. Diese Eigenschaft ist aber allen Energieformen gemeinsam, da sie ihren Ursprung in dem allgemeinen Teile des aufgestellten Intensitätsgesetzes findet. Jede Energieform freilich thut es zu gunsten anderer, wenn sie ihre Umformbarkeit vermindert, die Wärme nur hat das Besondere, dass sie schliesslich erschöpft, was von den anderen Energieformen verwandelbar blieb.

Was in diesem Abschnitte dargelegt wurde, ist im Grunde nichts anderes als die Hervorkehrung der Thatsachen, welche der Helmholtz'sche Koppelungsbegriff zum mechanischen Ausdruck bringt. Gekoppelt hinsichtlich einer Energieform nennen wir Helm, Energie.

zwei Körper, wenn diese Energieform zwischen beiden Körpern übergehen kann, also ausgelöst 73) ist, so dass der Eintritt des Übergangs nur davon abhängt, ob einer gewissen Funktion, der Intensität jener Energieform, in den beiden Körpern verschiedene Werte zukommen. "Wir haben gar kein anderes Mittel, auf die Energie eines Körpers zu wirken, als durch Koppelung." Während aber Helmholtz' Koppelung wesentlich als ein der Mechanik unterworfener Vorgang aufgefasst wird, denken wir uns die Koppelung zunächst als eine über die Grenzen der Mechanik hinausgreifende Beziehung und lassen dahingestellt, ob es im einzelnen Falle der Hypothese gelingt, 'sie mechanisch begreifbar zu machen. Das Energiegesetz verleugnet auch in diesem Zustande der Entwickelung seinen ursprünglichen Charakter nicht, die Thatsachen unmittelbar zu erfassen, sie nicht durch das Mittel der Hypothese zu schauen.

# Die Formen der Energie.

Robert Mayer hat 1845 als Formen der Energie fünf unterschieden: "1. Fallkraft, 2. Bewegung, 3. Wärme, 4. Magnetismus und Elektrizität, 5. chemisches Getrenntsein gewisser Materien und chemisches Verbundensein gewisser anderer Materien". Diese Tafel ist mit den durch die Entwickelung der Wissenschaft nahe gelegten Abänderungen gelegentlich auch von Späteren wiederholt worden. In den Energie-Ideen liegt aber offenbar das Bestreben, diese Formen - so wichtig sie in der sinnlichen Welt auch bleiben - vor dem geistigen Blick als zufällig und nebensächlich erscheinen zu lassen. Sie sind der Schein, unter dem wir das wahrhaft Seiende, die Energie, erblicken, - die anschaulichen Offenbarungen jenes unerschaut bleibenden Wirklichen. In den mechanischen Hypothesen kommt dieses Bestreben der Energie-Idee zum klarsten Ausdruck; wenn sie ihr Ziel erreicht hätten, würden alle Energieformen auf die beiden mechanischen, die potentielle und die kinetische, zurückgeführt sein. Aber abgesehen davon, dass die mechanische Weltansicht ihre Aufgabe noch nicht völlig erfüllt hat und vom Standpunkte des Energiegedankens nicht die einzig mögliche Reduktion der Energieformen darstellt, - es bleibt doch jedenfalls die Frage zu erörtern, warum denn uns die Energie in einer beschränkten Anzahl von einander abgegrenzter Formen erscheint. Die Konstanz, die sich im Ganzen zeigt, enthebt uns nicht der Aufgabe, den Wechsel der Formen im Einzelnen zu verfolgen. Der Monismus

erfasst doch nur eine Seite des Weltbildes, wenn er das Eine zeigt in der Mannigfaltigkeit; die Vielheit in dem Einen hervorzukehren, bleibt nicht minder bedeutsam.

Welches ist also das gemeinsame Merkmal der Energien, die eine Form bilden? Nach den Darlegungen des vorigen Abschnitts lautet die Antwort sehr einfach: Die Intensität.

Der Mensch nimmt überhaupt nichts wahr als Intensitäten in dem Sinne, wie das Wort von mir gebraucht worden ist. Denn wenn mit Intensität jene Grösse bezeichnet wird, die in zwei Körpern gleich sein muss, um zwischen ihnen den Austausch der Energie einer Form zu verhindern, — wie kann da unser Körper überhaupt etwas erfahren, wenn nicht dadurch, dass ihm andere Intensität zukommt, als der Umgebung? Wenn wir wahrnehmen, dass Intensitätsveränderungen vor sich gehen, schliessen wir auf Energien, die also gar nicht ohne Intensität in die Wahrnehmung treten können.

Nun ist zufolge unserer Organisation die Zahl der Intensitäten keine unbegrenzte; in wenigen Empfindungsformen tritt die Aussenwelt an uns heran: Temperatur und Druck eines betasteten Körpers, Geschwindigkeitskomponenten einer erblickten Bewegung, alle Nervenreize sind solche Intensitätsformen. Und wenn auch eine fortschreitende Erkenntnis diese Intensitätsformen des unmittelbaren Empfindens auf andere zurückführen lernt, wenn sie weiter auch auf andere Körper den Vorgang überträgt, dem das eigene Empfinden ausgesetzt ist, — immer bleibt es doch eine beschränkte Anzahl von Intensitäten, von denen wir das Aufeinanderwirken der Körper abhängig machen, weil wir uns alle Wirkungen unter dem Bilde der von uns selbst erfahrenen vorstellen müssen 74). Die Energien, welche unter einer bestimmten Intensitätsform übergehen, bilden eine Energieform.

Klarer noch tritt das in der analytischen Darstellung hervor. Der im letzten Abschnitt erlangte Ausdruck

$$dE = \sum_{1}^{n} JdM,$$

in welchem mit d eine beliebige, aber umkehrbare Veränderung angezeigt wird, zerlegt den Zuwachs der Eigenenergie in so viele (n) Glieder als umkehrbare Arten der Veränderung offen gelassen werden, denn jeder Art der Veränderung entspricht eine Funktion J.

Nun ist dE in unzählig vielen Weisen in obiger Form darstellbar. Der kinetische Bestandteil der Eigenenergie eines starren Körpers lässt sich allein schon in der mannigfaltigsten Weise darstellen, und nur das Minimum der Gliederzahl ist der Willkür entzogen, es muss sechs betragen. So kann man auch die potentielle Energie durch Kräftezusammensetzungen und -zerlegungen in vielfachen Formen darstellen; die Anzahl der von einander unabhängigen Veränderungen der beeinflussenden Körper ist hier entscheidend für das Minimum der Gliederzahl. Die Freiheit in der Wahl der Darstellungsform für dE ist daher nichts als die Verallgemeinerung einer der Mechanik geläufigen Willkür, es ist die Freiheit der Koordinatenwahl und nur gebunden an die Freiheitsstufe des Systems. So hat der von der gewöhnlichen Thermodynamik ins Auge gefasste Körper eine Freiheit zweiter Stufe, und es ist willkürlich, durch welche Koordinaten man diese zum Ausdruck bringt 75).

Auch in dieser Hinsicht ist die Energie unzerstörbar, aber ihre Formen sind veränderlich. So verschieden die Ansichten gewesen sind und sein werden, die man sich von den Vorgängen in der Natur bildet, so verschieden sind die Darstellungsweisen von dE. Die Zahl der Energieformen, die wir unterscheiden, ist nun die Zahl der Mittel, die wir jeweilig nötig haben, um die Zustandsänderung eines Körpers im System zu beschreiben, sofern wir diese Mittel als qualitativ verschieden anerkennen. Wie sich z. B. beim Fortschreiten der Einsichten in die Bewegungsweisen eines Punktsystems auch die Energieformen verändert haben, ist schon oben betont worden.

Die Zahl der von einander unabhängigen Veränderungen ist zwar thatsächlich die Mindestzahl der Glieder Jd M; formell aber ist eine weitere Zurückführung möglich, indem die energetische Mannigfaltigkeit auf andere Mannigfaltigkeiten verschoben wird. Nach unserer bisherigen Darstellung ist ja jede Komponente der kinetischen Energie eines Punktes ein besonderes Energieglied, weil sich jede Geschwindigkeitskomponente unabhängig von der andern verändern kann. Die Raumvorstellung macht es möglich diese Einzelglieder in eine Energieform zusammen zu fassen, weil man die Geschwindigkeitskomponenten durch eine Streckengrösse (Vektor) ausdrücken kann. Diese Zusammenfassung ist offenbar nur eine formale; die Raumvorstellung gestattet jederzeit wieder die thatsächlich erforderliche Zerlegung 76).

Noch weiter tragend als die Vorstellung des Raumes hat sich die der Bewegung bewährt. Sie hat in der Gestalt mechanischer Hypothesen die Energieglieder der Bewegung und der Wärme, oder des Magnetismus und der strömenden Elektrizität, oder des Lichtes und Schalles zu Energieformen zusammen zu ordnen verstanden. Die mechanische Weltanschauung hat sich daher als das gewaltigste Mittel gezeigt, die Zahl der Energieformen zu vermindern.

Hier ist der Ort auf einen Punkt die Sprache zu lenken, der für unsere Naturkenntnis von entscheidender Bedeutung ist, nämlich auf die Möglichkeit, eine Erscheinung, losgelöst von andern, in Betracht zu ziehen, auf die Möglichkeit der Abstraktionen. Die hohen absoluten Temperaturen z. B. und absoluten Geschwindigkeiten, sowie die kosmischen Potentiale, unter denen die irdischen Erscheinungen vor sich gehen, mischen sich nicht fortwährend in die Erscheinungen ein, was ja nach der allgemeinen Umwandlungsidee sehr wohl möglich wäre. Oder: nicht alle denkbaren Intensitätsänderungen braucht man in der Energiegleichung zu berücksichtigen, ja, um die betrachtete Erscheinung angenähert zu beurteilen, genügen sogar sehr wenige.

Das hat seinen Grund in dem Umstande, dass in der Energiegleichung mit d jede beliebige Veränderung bezeichnet wurde, und dass die Gleichung ihre Form nicht ändert, wenn man der Veränderung, für die man sie anwendet, eine bestimmte Bedingung auferlegt. Bezeichnet z. B.  $d_{\langle J_1 \rangle}$  jede Veränderung, welche  $J_1$ ungeändert lässt, so kann man die Energiegleichung schreiben

$$\begin{split} d_{(J_1)}\,E &= \,d_{(J_1)}\,(J_{_1}\,M_{_1}) \,+\, \mathop{\Sigma}\limits_{_2}^n\,J\,d_{(J_1)}\,M -\, T\,d_{(J_1)}\,N, \quad d_{(J_1)}\,N \geqq 0 \\ \\ d_{(J_1)}(E \,-\, J_{_1}\,M_{_1}) &=\, \mathop{\Sigma}\limits_{_2}^n\,J\,d_{(J_1)}\,M \,-\, T\,d_{(J_1)}\,N. \end{split}$$

Die Funktion  $E\,-\,J_1\,M_1$  spielt also für alle Veränderungen, bei denen  $J_1$  unverändert bleibt, die Rolle der Eigenenergie und heisst die freie Energie bezüglich dieser Veränderungen 77). Versteht man unter  $d_{(k)}$  nur solche Änderungen, bei denen die ersten k Intensitäten von den sämtlichen n konstant erhalten bleiben, so wird

$$d_{(k)} (E - \sum_{1}^{k} JM) = \sum_{k+1}^{n} Jd_{(k)}M - Td_{(k)}N,$$

und  $E - \Sigma JM$  ist die für diese virtuellen Änderungen noch freie Energie.

Ferner dürfen Veränderungen gänzlich unberücksichtigt bleiben, wenn das für sie bestimmende Agens sein Quantum nicht ändern kann, dM=0 ist.

Das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten ist offenbar ein ganz spezieller Fall dieser Betrachtungen. Sind einem Punkte gewisse Bewegungen versagt, so sind einige der denkbaren Intensitäten (Geschwindigkeiten) unveränderlich, und man braucht nur die übrigen zu berücksichtigen, jedoch mit der Maassgabe, dass nunmehr nur Variationen zugelassen werden, bei denen sich jene Intensitäten eben nicht verändern.

Von besonderer Bedeutung haben sich — wie Duhem betont — diese Betrachtungen erwiesen in denjenigen Fällen isothermer Veränderungen, bei welchen die nicht-kompensierte Energie  $d \, (-TN)$  als vollständiges Differential einer freien Energie dargestellt werden kann, so dass

$$d(E - \Sigma JM) = d(-TN).$$

Dann spielt die freie Energie, die Funktion  $E-\Sigma JM$ , die Roila des Potentials und wird von Duhem thermodynamisches Potential genannt. Stabiles Gleichgewicht besteht, wenn die Funktion  $E-\Sigma JM$  einer Verminderung unfähig ist, da ja in der Natur Vorgänge, welche N verkleinern, also jene Funktion vermehren, überhaupt unmöglich sind. Kann man also die Bedingungen des Systems dadurch zum Ausdrucke bringen, dass die Intensitäten sich nicht verändern, so genügt die Untersuchung der Funktion  $E-\Sigma JM$ . Ist sie ein Minimum, so besteht stabiles Gleichgewicht. So muss für alle isothermen Vorgänge bei konstantem Volum E-TS, bei konstantem Druck E-TS+pv ein Minimum sein, wenn stabiles Gleichgewicht bestehen soll.

Die vorliegende Darstellung der Energie-Ideen hat sich überall darauf beschränkt, die Hauptgesichtspunkte zu erreichen. Die besonderen Anwendungen derselben zu verfolgen, ist in gründlicher und vor allem in energetisch selbständiger Weise nur möglich durch Neubearbeitungen der Einzelgebiete, wie sie bisher allein die Thermik gefunden hat. Man ist, wenigstens ausserhalb Englands, gleichsam zaghaft an die Energiegedanken herangetreten. Sie sind in Deutschland erst in neuerer Zeit wieder lebhafter betont worden, und Frankreich verhielt sich bis auf die letzten Jahre fast abweisend gegen dieselben.

Das Unanschauliche, das einst hervorragende Geister von Newtons Fernewirkung abstiess und in dieser Form doch gerade einer der mächtigsten Hebel tieferen Naturerkennens geworden ist, hält auch jetzt wieder manchen Forscher der Energetik fern. Aber gerade darin, dass die Energie nicht materialistisch gefasst, nicht sinnlich vorgestellt werden kann, sehe ich eine Bürgschaft dafür, dass sie eine tiefgehende Umwälzung in den Geistern veranlassen wird. Eine Bahn zum Idealismus könnte man die Energie-Ideen nennen, wenn man diese Seite des Nicht-Sinnlichen ins Auge fasst. Aber man erschöpft die Sache damit nicht. Denn welches Gesetz würde den realen Vorgängen zur Zeit gerechter, welches wagte sich unmittelbarer an die Dinge und Thatsachen heran, als das Energiegesetz?

Hier sind kräftige Keime zu neuem Gedeihen: Im Energiegesetz entwickelt sich eine Weltformel, wie sie Laplace vorschwebte, doch weit hinausgreifend über das Gebiet Newton'scher Erkenntnis. Soweit naturwissenschaftliches Erkennen reicht, darf man im Energiegesetze die schönste Frucht erblicken, welche das sinkende Jahrhundert dem kommenden entgegenbringt.

Ja, die einfachen Grundgedanken, denen das Energiegesetz entsprossen ist, scheinen einer weiter reichenden Ausbeutung fähig zu sein, wie sie auch nicht lediglich naturwissenschaftlichem Boden entstammen. Mit Umformungen und Übergängen hat es nicht die Naturwissenschaft allein, sondern unter anderem auch die Volkswirtschaftslehre zu thun. Carl Neumann nennt die Eigenenergie gelegentlich das Kapital des Körpers, und dass bei der Ausbildung der Energievorstellungen wirtschaftliche Analogien mitgewirkt haben, ist S. 18 von mir hervorgehoben worden 78). Gewisse Teile der Eigenenergie eines Körpers haben nicht nur physische Beziehung zu unserem Körper, sondern auch Beziehung zu unserer wirtschaftlichen Wertschätzung. Insofern die Eigenenergie eines Körpers solche Bestandteile enthält, heisst der Körper ein Gut. Die Gesamtheit der Güter über die eine Person verfügt, bildet deren wirtschaftliche Energie, deren Vermögen. Die wirtschaftliche Eigenenergie jedes Gutes aber nennt man Wert (Gossen) oder Nützlichkeit (Jevons) desselben 79).

Sie ist der wandelbare Proteus, der bei den wirtschaftlichen Veränderungen seine Form wechselt. Sie einem Körper in möglichst hohem Grade einzuimpfen, ist die Aufgabe der Produktion und des Transportes der Güter. Mit den Übergängen dieser Energie von einem Körper auf den andern hat es die Produktion zu thun; die Übergänge von einem Besitzer zum andern, welche den Energieübergängen bei Lagenänderung physischer Körper entsprechen, bilden den Gegenstand des Tausches der Güter; und in der Konsumtion geht die Energie vom Gut auf den Besitzer über, der Genuss ist ihre letzte wirtschaftliche Form.

Immer lässt sich das übergehende Energieelement d E derjenigen wirtschaftlichen Energieformen, die tauschbar sind, als Jd M darstellen. J heisst Nützlichkeitsgrad (Jevons), Schätzungsgrad, wirtschaftliche Intensität; M misst die Quantität des wirtschaftlichen Agens. Auch die wirtschaftliche Energie folgt einem Intensitätsgesetze: sie hat das Bestreben von der niederen zur höheren Intensität überzugehen. Ein Gerät z. B. von höherem Nützlichkeitsgrade drückt durch sein Auftreten im Handel den Wert der minder nützlichen herab zu seinem Gunsten; der Wert der andern geht teilweis auf dasselbe über. Alle Güter wandern durch Tausch dorthin, wo ihnen höherer Nützlichkeitsgrad beigelegt wird. Der Mensch ist ja genötigt, die Intensität durch wirtschaftliche Thätigkeit zu erhöhen, weil sich im Naturlaufe die Intensitäten vermindern.

Die Gleichung dE = JdM, welche für ein Gut gilt, dem nur eine Art der Verwendung offen steht, nur eine Intensität beigelegt wird, tritt bei Walras und Jevons in Anwendung auf den Tausch, bei Gossen in Anwendung auf den Genuss auf; doch betrachten diese Autoren J, und also auch E, als Funktion von M allein, E = f(M), J = f'(M); die Einflüsse, welche neben dem bereits getauschten oder genossenen Quantum M des Gutes noch sonst den Wert des weiter aufzunehmenden Teiles dM bestimmen, z. B. die verschiedene Beurteilung seitens verschiedener Besitzer, werden allein auf die Funktionsform f geschoben. Gossen betrachtet sogar J nur als linear abnehmende Funktion von M und hat damit allerdings die richtige Erkenntnis zuerst hervorgehoben, dass J mit wachsendem M abnimmt.

Beim Tausche giebt jeder Besitzer so lange ein Gut  $M_1$  ab gegen ein anderes  $M_2$  bis durch weiteren Tausch keine Erhöhung seiner Gesamtenergie mehr erreicht werden kann, also

$$0 = -J_1 dM_1 + J_2 dM_2, \quad J_1 : J_2 = dM_2 : dM_1.$$

Indem nämlich jeder der beiden Besitzer die letzten Quantitäten seines Gutes M aufgiebt, die ihm doch nur geringen Nützlichkeitsgrad bieten würden, da J eine fallende Funktion von M ist, und dafür ein neues Gut gewinnt, dessen erste Teile mit höherer Intensität einsetzen, erreicht er einen Energiegewinn, bis auch das neue Gut auf einen Nützlichkeitsgrad gesunken ist, der obiger Gleichung entspricht. In dieser Gleichung kann man die Quantitäten durch die Tauschpreise der Güter ausdrücken. Denn werden immer  $p_1$  Einheiten des wertmessenden Gutes  $M_0$  gegen 1 Einheit von  $M_1$  und  $p_2$  Einheiten jenes Normalgutes gegen 1 Einheit von  $M_2$  getauscht,

$$p_{_{1}} M_{_{1}} = M_{_{0}} = p_{_{2}} M_{_{2}}, \quad p_{_{1}} d M_{_{1}} = d M_{_{0}} = p_{_{2}} d M_{_{2}}$$

geschätzt, so wird

$$0 = -\frac{J_1}{p_1} dM_0 + \frac{J_2}{p_2} dM_0 \cdot J_1 : p_1 = J_2 : p_2$$

die Bedingung des Tauschgleichgewichts.

Der Quotient J'=J:p, den Launhardt als Preiswürdigkeit bezeichnet, erscheint hiernach als Intensität, wenn die Quantitäten der Güter nach gleichem Maasse, durch Geld, gemessen

werden. Sind  $J_1$  und  $J_2$  Funktionen von  $M_1$  bez.  $M_2$  allein, so kann man  $M_1$  durch den Einheitspreis  $p_1:p_2$  ausdrücken und erhält so die Angebots- bez. Nachfragekurven von Walras.

Soweit der Nützlichkeitsgrad des Geldes als Konstante, unabhängig von seinem Quantum, betrachtet werden darf, kann man ihn als Intensitätseinheit wählen, und es ergiebt sich J=p, d. h. der Preis, zu welchem man das letzte noch eingetauschte Element eines Gutes erwirbt, misst den Nützlichkeitsgrad, die wirtschaftliche Intensität, die man dem Gute beilegt.

Wenn Jemand sein Vermögen M zur Beschaffung der Gütermengen  $Q_1, Q_2, \ldots Q_n$  zu den Preisen  $p_1, p_2 \ldots p_n$  verwendet, so ist sein Gewinn an Nützlichkeit oder wirtschaftlicher Energie

$$E = \int_{0}^{Q_{1}} J_{1}(q_{1}) dq_{1} + \int_{0}^{Q_{2}} J_{2}(q_{2}) dq_{2} + \ldots + \int_{0}^{Q_{n}} J_{n}(q_{n}) dq_{n}$$

ein Maximum, wenn

$$\frac{J_1(Q_1)}{p_1} = \frac{J_2(Q_2)}{p_2} = \ldots = \frac{J_n(Q_n)}{p_n} = J'(M),$$

da ja 
$$M = p_1 Q_1 + p_2 Q_2 + \ldots + p_n Q_n$$
 sein muss.

Es müssen sich also die Schlussdringlichkeiten der einzelnen Güter wie die Preise verhalten oder jede letzte Mark, welche man auf Befriedigung eines Bedürfnisses verwendet, muss gleichen Genuss gewähren. Die in den Händen eines Besitzers zusammentreffenden Güter gelangen auf gleiche Preiswürdigkeit, genau wie Gasvolume, die mit einander verbunden werden, auf gleichen Enddruck kommen.

Jeder Wirtschaftsbetrieb erscheint als ein Kreisprozess, bei welchem eine Energieform vermehrt, nämlich entweder auf höhere Nützlichkeit gebracht oder einem grösseren Quantum einverleibt wird, und bei welchem andere Energieformen, wie Arbeitsfähigkeit der Menschen und Motoren, vermindert werden. Jedem Gute kommt wirtschaftliche Triebfähigkeit zu, bestimmt durch den höchsten Nützlichkeitsgrad, der ihm zugänglich ist.

Noch gar nicht ist bisher die Konstanz der wirtschaftlichen Energie in Betracht gezogen worden. Durch Genuss, auch durch Abnutzung und Zerstörung sinkt M, aber der Nützlichkeitsgrad J wächst, entweder an dem unverbrauchten oder unverdorbenen Reste oder an anderen Gütern. Wenn ein Getreidespeicher verbrennt,

wächst dadurch allein der Nützlichkeitsgrad anderer Kornvorräte. Durch Erfindungen und Entdeckungen können allerdings neue Energiequellen erschlossen, durch Meliorationen kann Energie gewonnen werden, aber man brauchte nur den Dingen latente wirtschaftliche Energie beizulegen, wie es die Mechanik thut, um doch den Konstanzgedanken in dieses Gebiet einzuführen. Auch die Erhöhung der Nützlichkeit, welche ein Gut durch seinen Transport auf den geeigneten Markt erfährt, ist eine latente oder potentielle Energieform; sie verschwindet beim Tausch und bewirkt den Nützlichkeitsgewinn, den beim Tausch jeder Besitzer davonträgt. Die latente Energie bringt hier ebenso vollkommen den Zweckbegriff zum wissenschaftlichen Ausdruck, wie in der Naturwissenschaft den der Ursache. Dass solche latente Energie, wie sie z. B. im Boden enthalten ist, in Messerklingen ohne Griffe u. dergl., nur für einen bestimmten wirtschaftlichen Zustand, einen Normalzustand, bemessen und nicht absolut angegeben werden kann, entspricht ganz der physischen Analogie. Es dürfte daher wohl möglich sein, auch die Wirtschaftslehre auf ein axiomatisches Perpetuum-mobile-Prinzip zu gründen oder in ihr einen Energiebegriff auszubilden, der Zweck und Mittel monistisch in Eins zusammenfasst. Doch ist hier nicht der Ort, zu erwägen, ob solche Betrachtungen zweckmässig und fruchtbar sind, - nur als ein Beispiel für die Tragweite, die den Energie-Ideen innewohnt, sollten sie an dieser Stelle Erwähnung finden.

# Anmerkungen.

#### 1) Seite 1.

Kirchhoff, Math. Physik 1876; Mach, Mechanik 1883: Avenarius, Philosophie als Denken der Welt gemäss dem Prinzip des kleinsten Kraftmaasses, Leipzig 1876. Dass es sich hierbei um ein Stilprinzip handelt, bemerkt d. Verf. in einer Anzeige der Mach'schen Mechanik, Ztschr. f. wiss. Philos. 1884.

#### 2) Seite 4.

Übrigens ist auch Carnots Satz vom Energieverlust beim unelastischen Stoss für die Ausbildung der Energieideen wesentlich, denn er lenkt die Aufmerksamkeit darauf, dass der Verlust an kinetischer Energie genau den Geschwindigkeitseinbussen entspricht. Dühring, Gesch. d. Prinzipien d. Mechanik, S. 262 weist darauf hin.

#### 3) Seite 5.

"Alle Erhaltungsideen, die in der neuesten Zeit nach der Entdeckung des mechanischen Äquivalents der Wärmewirkungen hervorgetreten sind, enthalten in ihrem innersten Kern nur jenes Urprinzip, auf welches sich schon Huyghens berief und dessen Tragweite er schon in einem erheblichen Umfange abzusehen vermocht hat." Dühring S.228.

Im Einzelnen sind zu vergleichen Dühring; Mach, Mechanik; Rosenberger, Geschichte der Physik; Mach, Geschichte und Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit, Prag 1872; M. Rühlmann, Vorträge über Geschichte der technischen Mechanik, Leipzig 1885.

# 4) Seite 6.

Die in Deutschland durch Klein und Fiedler eingeführte Arbeit Ball's, Theory of screws, Dublin 1876 gehört hierher (Math. Ann. 4, 1871 und 9, 1876; Fiedler, Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft Zürich 1876), aber auch C. Neumanns schöne Verwendung der Poinsot'schen Geometrie des starren Körpers, Math. Ann. Bd. 11. (auch Bd. 3 und Berichte Sächs. Gesellsch. 1869).

# 5) Seite 7.

"Was durch die kleinsten Teile absorbiert wird, geht keineswegs absolut für das Universum verloren, obwohl es für die Gesamtkraft der zusammenstossenden Körper verloren geht." Dieser Satz von Leibniz ist aber aus metaphysischen, nicht aus physikalischen Gedanken erwachsen, wie Rosenberger II, S. 254 bemerkt. — Auch die Auffassung der Wärme als Bewegung, — von Young (Lectures I, 654) Newton zugeschrieben, aber noch deutlicher bei Hooke und Boyle vertreten (vergl. besonders Berthold, Rumford und die mechanische Wärmetheorie, Heidelberg 1875) auch bei Jakob Hermann Phoronomia 1716 (Oehler, Wied. Ann. 9) — stützt sich wesentlich auf die allgemeineren Ansichten der überlieferten Atomistik. — Wenn man französischen Versicherungen, die freilich in nationaler Tendenz gemacht worden sind, Glauben schenkt, ist hier auch Montgolfier zu nennen (Séguin, Comptes rendus 25, 1847). Vergl. Anm. 22.

# 6) Seite 7.

Den Vorgang, dass durch Reibung Elektrizität entsteht, fasst die ältere Anschauung als Schöpfung eines neuen Agens auf und ist befriedigt, wenn sie sich durch eine geeignete Hypothese versichert hat, dass wenigstens nicht Schöpfung neuen Stoffes stattfindet. Wo überall sich Ursache und Wirkung verketten, fasst diese Anschauung die Sache so, dass jene verschwindet und diese entsteht. Die Umwandlungsidee aber betont das in der Kausalverkettung Bleibende, das von einer Seite betrachtet Ursache, von der andern angesehen Wirkung heisst. Man denke, um sich den Unterschied klar zu machen, an die ältere und neuere Auffassung des Stosses. Nach jener verschwindet Geschwindigkeit, Kräfte treten an der Berührungsstelle auf und erzeugen neue Geschwindigkeiten; nach dieser erhält sich die Bewegungsgrösse, bez. die Energie.

#### 7) Seite 8.

"Was auch die Ausdehnung der mechanischen Theorien sein möge, sie wenden sich durchaus nicht auf die Wärmewirkungen an. Diese

- 79 -

bilden eine besondere Ordnung von Erscheinungen, welche sich durch die Prinzipien der Bewegung und des Gleichgewichts nicht erklären lassen." Fourier, théorie analytique de la chaleur 1822. Nach Dühring, S. 486.

#### 8) Seite 8.

Il résulte de l'idée la plus probable qu'on puisse se faire sur la constitution mécanique des corps, que la somme des forces vives doit toujours rester la même (tant que les forces accéleratrices qui tendent à ramener les molécules à leurs positions d'équilibre n'ont pas changé d'intensité) et que la quantité de forces vives qui disparaît comme lumière est reproduite en chaleur. Fresnel, De la lumière. Nach Bohn, Phil. mag. (4) 29; Ann. chim. (4) 4.

# 9) Seite 10.

R. Mayer, Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel; und derselbe, Bemerkungen über das mechanische Äquivalent der Wärme. Mechanik der Wärme, Stuttgart 1867, S. 95. u. S. 249. — Rümelin, Reden und Aufsätze. N. F. 1881, S. 350.

Helmholtz, Wiss. Abh. I, S. 74. Er spricht zuerst von dem "Prinzip der Konstanz des Kraftäquivalents bei Erregung einer Naturkraft durch eine andere" im Bericht über die Theorie der physiologischen Wärmeerscheinungen: Fortschritte der Physik im Jahre 1845, erschienen 1847, auch in den Wiss. Abh. I.

#### 10) Seite 10.

W. Thomson bezieht sich in einer seiner Arbeiten (Math. phys. papers I, S. 185) auf Liebig und zitiert aus dessen Animal chemistry 3 edit. London 1846 die Behauptung, dass, wenn man die Dampfmaschine und den galvanischen Strom benutze, um Wärme zu erzeugen, dieselbe nicht grösser sein könne, als die verbrauchte Wärme.

#### 11) Seite 11.

Nach W. Thomson (Phil. mag. [4] 1852, S. 260; auch Papers I, S. 505) stammt J. Herschels Betrachtung des mechanischen Effekts der Sonne (Astronomy 1849 § 399) aus dem Jahre 1833. — George Stephenson hatte die Lieblingsidee, das Licht, welches wir von den Kohlen u. s. f. erhalten, sei nur eine Umwandlung, eine Wiederholung

# 12) Seite 11.

Akin (Phil. mag. [4] 28) führt aus Placidus Heinrich, die Phosphorescenz (1812) an: Unterdessen wissen wir wenigstens soviel mit Zuverlässigkeit, dass in der Natur nichts verloren geht, mithin auch Licht nicht; alles erhält sich durch einen steten Umtausch: Das eine gewinnt durch den Verlust des andern; das eine entsteht durch das Verschwinden des andern . . . . Also im Universum nie Verlust, nur Wechsel und Umtausch. Bd. II, S. 283. Heinrich denkt sich den Vorgang allerdings als Stofferhaltung (H. Klein, Prinzipien der Mechanik 1872, S. 43; Berthold, Pogg. Ann. 157, S. 344), aber da es der Lichtstoff ist, von dem er redet, haben seine Worte doch Bezug zu unserem Gegenstande.

# <sup>13</sup>) Seite 12.

Jochmann (Berl. Ber. 1862) führt Epikur, Demokrit, Lukrez an neben Aussprüchen von Herakleitos und Plato; R. Rühlmann (Mechanische Wärmetheorie) fügt Anaxagoras, Empedokles und Aristoteles bei; Joule konnte den Locke'schen Satz zitieren: what in our sensation is heat, in the object is nothing but motion; Rodwell (Phil. mag. [4] 24) hob Bacos Anrechte hervor und Bohn (Phil, mag. [4] 28 und Ann. de chim. [4] 4) wies darauf hin, dass Coldings (deistischer) Ausgangspunkt sich bei Descartes findet. Berthold (Monatsberichte Berl. Akad. 1875; Pogg. Ann. 157; und in Rumford . . . . Heidelb. 1875) erinnert an Gassendi, Hobbes, Spinoza (in seinen früheren Schriften) und Wolff; Du Bois Reymond (Ber. Berl. Akad. 1868, 1870; Voltaire . . . Rede, Berlin 1868; Leibnizische Gedanken . . . Berlin 1874) gedenkt Leibnizens, Voltaires, Hallers; in Heis' Wochenschrift 1864 wird auf Cicero de nat. deor. II 26 hingewiesen. — Die Philosophen haben wesentlich dazu beigetragen, im Energiegedanken eine instinktiv gesicherte Wahrheit zu sehen. Die philosophischen Gedanken vereinigen sich mit der physikalischen Umwandlungsidee wohl zuerst in Daniell Bernoulli zu einem klaren Ganzen; seine kinetische Gashypothese führt ihn z. B. bis zu der Überzeugung, "dass, wenn alle lebendige Kraft, welche in einem Kubikfuss Kohle verborgen ist, auf vorteilhafte Weise zur Bewegung einer Maschine verwandt wird, mehr damit erreicht werden

kann, als durch die tägliche Arbeit von acht oder zehn Menschen." (Berthold, Rumford und die mechanische Wärmetheorie. Heidelb. 1875.)

#### 14) Seite 13.

Rosenberger, Gesch. d. Physik II, S. 333 f. berichtet ausführlich über diese bedeutenden und umfassenden Ansichten Eulers. — Die preisgekrönte Dissertatio de igne Eulers steht noch auf dem Standpunkt von der Stofflichkeit der Wärme (R. Rühlmann, Mech. Wärmetheorie II, S. 882).

# 15) Seite 14.

Ausser den schon erwähnten Veröffentlichungen Bertholds ist besonders zu vergleichen: Berthold, John Toland und der Monismus der Gegenwart. Heidelberg 1876. Dem Buche ist die Hauptquelle beigegeben, ein Brief Tolands, der sich bei den Letters to Serena (Sophie Charlotte) 1704 findet.

# 16) Seite 15.

De même qu'en mathématique, en examinant toutes les propriétés d'une courbe, on trouve que ce n'est que la même propriété présentée sous des faces différentes, dans la nature on reconnaîtra, lorsque la physique expérimentale sera plus avancée, que tous les phénomènes, ou de la pesanteur, ou de l'élasticité, ou de l'attraction, ou du magnétisme, ou de l'électricité, ne sont que des faces différentes de la même affection. Diderot nach Berthold, Pogg. Ann. 157.

# 17) Seite 15.

Bohn weist auf diese Eigenart Mayers hin Ann. chim. (4) 4. Die Beweisstelle findet sich in der ersten Arbeit Mayers (Mechanik der Wärme S. 10). — Mach vertritt lebhaft dieselbe Idee.

#### 18) Seite 15.

Wurde doch auch Newtons Gravitationsgedanke wegen seiner Erhebung über das handgreiflich Sinnliche angefeindet, also gerade wegen derjenigen Seite, die später das physikalische Denken so umfassend bestimmt hat. Das Fremdartige, was die Zeitgenossen von Newtons Anschauungen abstiess, war doch eigentlich der Gedanke, dass kinetische Energie nicht nur aus kinetischer hervorzugehen braucht. Mayer, und Mach nach ihm, meinen, dass man auch mit den beiden mechanischen Energieformen, der kinetischen und der potentiellen nicht mehr ausreicht.

# 19) Seite 18.

Immerhin hat auch die Verbreitung des wissenschaftlichen Nachdenkens über den Umsatz der Güter dem Gedanken von dem Umsatz der Energie Vorschub geleistet.

#### <sup>20</sup>) Seite 19.

Rosenberger, a. a. O. II, 355. — Im Jahre 1775 beschloss die Pariser Akademie keine Lösung des Perpetuum mobile mehr anzunehmen. — Zur Geschichte des Perpetuum mobile zitiert Segnitz (Pogg. Ann. 117): Dirks, Perp. mob. or search for self-motive power during the 17<sup>th</sup>, 18<sup>th</sup> and 19<sup>th</sup> century. London 1861.

#### <sup>21</sup>) Seite 19.

"Das Universum ist ein System von Körpern, welche mit andern nicht kommunizieren, und daher erhält sich in ihm immer dieselbe Kraft." Angeführt von Berthold, Pogg. Ann. 157, aus Dynamica II, prop. 8.

#### 22) Seite 20.

Séguins Gedanken sind später zu französischen Prioritätsansprüchen gegen Mayer aufgebauscht worden; vergl. Anm. 5. - Joule hat Phil. mag. (4) 24 und 28 Stellen aus Séguins Werk zum Abdruck gebracht, die dessen Ansichten über den Umsatz von Wärme und Arbeit belegen. Auf allgemeine, über die Frage der Wärmeäquivalenz hinausragende Energieanschauungen weisen besonders folgende Stellen hin: Es sei absurd, dass eine endliche Wärmemenge unendliche Arbeit erzeugen könne; - nur ein kleiner Teil der in Industrie und Haushalt gebrauchten Wärme werde als Arbeit benutzt, viel Wärme gehe verloren, deren Gewinn das Volksvermögen ausserordentlich erhöhen würde. Séguin selbst erklärte 1847 (Comptes rendus 25), dass er in seinem Werke von 1839 die Meinung ausgesprochen habe, der Dampf sei nur Zwischenmittel zwischen Wärme und Bewegung und diese beiden nur verschiedene Wirkungsformen einer Ursache. Diese Gedanken seien ihm von seinem Oheim Montgolfier überliefert worden, der sie vor mehr als 50 Jahren sich gebildet habe.

### 23) Seite 20.

Rankine, A manual of the steam-engine and other prime movers 1859; A manual of applied mechanics 1864; A manual of civil engineering 1862.

Zeuner, Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie 1860. Zuletzt gedruckt 1877. Als dritte Auflage erschien Technische Thermodynamik Bd. I, 1887; Bd. II noch nicht erschienen.

Hirn, Exposition analytique et expérimentale de la théorie mécanique de la chaleur 1862, enthält u. a. die Übersetzung des vorgenannten Zeuner'schen Buches.

# 24) Seite 21.

J. V. Poncelet, Introduction à la mécanique industrielle physique ou expérimentale 1. Aufl. 1829; 2. Aufl. 1830 bis 1839; 3. Aufl. 1870, nach der zweiten besorgt von Kretz. Über die bewusste Eigenart seiner Behandlung der Mechanik vergleiche man die Vorrede des Buches und S. 133: l'inertie de la matière sert à transformer le travail en force vive et la force vive en travail; — l'eau renfermé dans le réservoir d'un moulin représente un certain travail disponible, qui se change en force vive quand on ouvre la vanne de retenue.

Dühring a. a. O. S. 485 hat schon die Bedeutung der Ponceletschen Anschauungen für das Energiegesetz hervorgehoben.

# 25) Seite 21.

Joh. Bernoulli, Discours sur les lois de la communication du mouvement, cap. 19 nach Dühring, a. a. O. S. 234. Auch Huyghens hält l'Hôpitals Behandlung des physischen Pendels nach dem Hebelgesetze für dunkler als seine eigne Begründung (nach Dühring S. 242)

# <sup>26</sup>) Seite 21.

Poncelet, a. a. O. S. 2, Anm. Als ältere Namen führt Poncelet an: puissance mécanique, Smeaton; moment d'activité, Carnot; effet dynamique, Monge et Hachette; quantité d'action, Coulomb, Navier. — Durch das Produkt aus Gewicht und Erhebung hat zuerst Cartesius Kräfte geschätzt. Young gebraucht das Wort labour öfters, teils im allgemeinen Sinne mit work und effect gemengt (z. B. work of a labourer), teils für eine bestimmte mechanische Leistung, deren Grösse aber durch Umschreibung angegeben wird (z. B. 10 Pfd. erhoben auf 10 m). Lagrange kennt die Bezeichnung Arbeit noch uicht. Vergl. Dühring, S. 484. Die Poncelet'sche Terminologie ist besonders durch die spätere Ausbreitung des Energiegedankens allgemein geworden. Joule gebraucht noch 1851 Umschreibungen, Helmholtz sagt allerdings schon 1847 Arbeitsgrösse.

# 27) Seite 21.

Bohn (Phil. mag. [4] 29 und Ann. chim. [4] 4) erwähnt, dass L. N. M. Carnot, Principes de l'équilibre et du mouvement, die mechanischen Energieformen als force vive und force vive latente unterscheidet, also bereits die Vorstellung von der Transformation der Arbeit gebildet hat.

#### 28) Seite 22.

Für einen freibeweglichen materiellen Punkt z. B. mit der Masse m und den rechtwinkligen Koordinaten x, y, z, auf welchen eine Kraft mit den Komponenten X, Y, Z wirkt, ergiebt das Gesetz der lebendigen Kraft nur die eine Gleichung

$$d\left[\frac{1}{2} m (x'^2 + y'^2 + z'^2)\right] = (X dx + Y dy + Z dz).$$

Gilt aber für jede virtuelle Bewegung die Erhaltung der Arbeit, so erhält man u. a.

$$d\left(\frac{1}{2} m x'^2\right) = X dx,$$

folglich die dynamische Differentialgleichung

$$m x'' = X$$

# 29) Seite 23.

In seinem letzten Aufsatze über Auslösung, Stuttgart 1876, hebt Mayer selbst hervor, dass der Satz causa aequat effectus nur richtig sei, wenn Ursache und Wirkung in einem bestimmten Sinne gebraucht werden, während die Sprache sich derselben Bezeichnungen auch dann bediene, wo es richtiger wäre von Veranlassung und Erfolg zu reden, wo nämlich keine quantitative Beziehung zwischen beiden besteht. — Wenn auf die Erscheinung A also immer gesetzmässig B dergestalt folgt, dass wir auf Kausalzusammenhang zwischen A und B schliessen dürfen, so besteht doch nicht notwendig Energiezusammenhang zwischen A und B; A kann auch nur durch Auslösung B hervorgebracht haben. Nur wenn Energiebeziehung stattfindet, sind die Ursache A und die Wirkung B äquivalent, der Satz causa aequat effectus ist also selbst schon das Energieprinzip. Energiezusammenhang besteht z. B. zwischen dem gehobenen Gewichte und der Fallbewegung desselben, zwischen der Heizwärme und der Arbeit der Dampfmaschine, zwischen den

chemischen Energieen in der galvanischen Zelle und den Leistungen des Stroms. Auslösend aber wirkt in diesen Fällen die Hand, welche das Gewicht loslässt, den Dampfzutritt regelt, den Strom schliesst.

#### 30) Seite 24.

Dass Tait, der sich seit Jahrzehnten bemüht, als national englischer Heisssporn den Hauptteil des Energiegesetzes für Newton zu reservieren, sich nicht in Mayers Denken zu versetzen vermag, verrät besonders sein Urteil über Mayers monistische, der mechanischen Weltauffassung fremdartige Ansichten (S. 15). Vergl. z. B. Tait, Vorlesungen, Braunschweig 1877, S. 47.

#### 31) Seite 24.

Ubrigens war die Terminologie zu Mayers Zeit noch nicht völlig entschieden, unter Kraft stets das Produkt Masse  $\times$  Beschleunigung zu verstehen. Joule z. B. spricht 1843 von der mechanischen Kraft, die nötig ist ein gegebenes Gewicht auf eine gegebene Höhe zu heben. — Mayer bezeichnet die potentielle Energie als Kraft, die doppelte kinetische als Bewegung, die Energie überhaupt oft als Effekt.

# <sup>32</sup>) Seite 24.

v. Helmholtz hat diesen wichtigen Punkt der Kritik von seinen ersten Veröffentlichungen an hervorgehoben, die sich mit Mayer beschäftigen (Berl. Ber. f. 1849). — Tait hat Mayers Priorität anfechten wollen, weil derselbe nicht gelehrt hat, wie beim Auftreten innerer Arbeit das Energiegesetz anzuwenden sei. Schon 1864 ist Verdet (Ann. d. chim. [4] 4, Note zur Übersetzung des Colding'schen Artikels) diesem Urteil entgegen getreten, und Tyndall bemerkt (Phil. mag. [4] 28) gegen die Unterschiebungen der englischen Neider sehr richtig: Not what Mayer's words "imply", but what they are is stated in the text. Ein historisch feinsinniger Beurteiler würde daraus, dass sich Mayer nie, wie mancher seiner Nachfolger, fehlerhafte Anwendungen des Energiegesetzes auf Fälle innerer Arbeit zu schulden kommen lässt, erkennen, dass er in der Erkenntnis des wahren Sachverhalts bereits weit vorgeschritten war.

# 33) Seite 24.

Wöhler und Liebigs Annalen. Über die Schicksale der Mayer'schen Arbeiten sehe man Heller, Geschichte der Physik (und Zöllner, Wissenschaftliche Abhandlungen, Bd. 4); ferner Rümelin, Reden und Aufsätze. Neue Folge. 1881, S. 350.

#### 34) Seite 25.

Ein Gesetz wird induktiv begründet, indem gezeigt wird, dass es die kürzeste Beschreibung, die sicherste Auffassung bisher schon bekannter Erfahrungen oder auch neuer für diesen Zweck ersonnener Vorgänge ermöglicht, ohne irgend einer Erfahrung zu widersprechen. Deduziert aber wird ein Gesetz, indem man es aus anderweit erfahrungsmässig gesicherten Gesetzen mit Hülfe der Denkgesetze herleitet.

#### 35) Seite 26.

Allgemeine Sätze wie z. B.: Wir können keine Veränderung, keine Funktion denken ohne Konstanten — oder: Was geschehen ist, kann nicht auch ungeschehen sein, die Veränderung nicht von selbst wieder verschwinden, — solche Sätze, die man ebenso gut für das Trägheitswie für das Energieprinzip heranziehen kann, helfen nicht, wenn sie nicht durch die Erfahrung präzisiert werden. — Mach, Erhaltung der Arbeit, betont neben der logischen Wurzel die Wichtigkeit der Erfahrung für das Perpetuum-mobile-Prinzip, z. B. S. 43.

# 36) Seite 26.

Wilhelm Weber äusserte mündlich zu Hoppe (Geschichte der Elektrizität, Leipzig 1884, S. 498): "Dass man ein physikalisches Gesetz als ein Hundwerkszeug zu betrachten habe, welches um so besser sei, je verschiedenartiger es sich mit gleich gutem Erfolge anwenden lasse."

#### 37) Seite 27.

Bohn, Ann. de chim. (4), 4 (1864) bemerkt diesen Mangel. — Colding macht in demselben Bande und Phil. mag. (4) 27 Mitteilungen über seine Arbeit von 1843, um seine Ansprüche zu sichern.

# <sup>38</sup>) Seite 28.

Helmholtz, Erhaltung der Kraft 1847. Auch Wissenschaftliche Abhandlungen Bd. I. Eine Note von 1882 bemerkt ausdrücklich, dass dies Urteil nur die ersten Zahlen Joules betrifft.

# 39) Seite 29.

Reech, Théorie générale des effets dynamiques de la chaleur. Liouville J. de math. 1853 (Berl. Ber. f. 1853). — Hirn, Recherches expérimentales, Preisarbeit. Clausius' Bericht, Berl. Ber. f. 1855, erschien 1858. Hirns Arbeit erschien Colmar 1858. Der mechanischen Wärmetheorie schliesst sich Hirn ganz an Cosmos 16, Berl. Ber. f. 1860.

#### 40) Seite 30.

So Wittwer noch 1885. Grundzüge der Molekularphysik. Stuttgart. — Um das rechte Verständnis für die innere Arbeit haben daher die Begründer und Förderer des Energiegesetzes in den vierziger und fünfziger Jahren wiederholt zu kämpfen; die Irrtümer der Gegner betreffen wesentlich diesen Punkt.

# <sup>41</sup>) Seite 30.

Damit ist meines Erachtens jeder Anspruch Joules gegen Mayer hinsichtlich der Energie-Idee im allgemeinen und der näherungsweisen Kenntnis des Wärmeäquivalents abzuweisen.

Der Prioritätsstreit ist zuerst 1849 in den Comptes rendus geführt worden. Sein Ergebnis fasst in den Berl. Ber. für dieses Jahr Helmholtz folgendermassen zusammen: 1) Die Auffassung der Wärme als Bewegung ist alt und schon von Davy experimentell bewiesen; 2) Mayers Veröffentlichung von 1842 hat unstreitig zuerst die allgemeine Unzerstörbarkeit und Äquivalenz zum Ausdruck gebracht, während Joule damals zu dem besonderen Falle der Äquivalenz zwischen der durch chemische Prozesse und der durch hydroelektrische Ströme erzeugten Wärme geleitet wurde; 3) Joule hat 1843 das Wärmeäquivalent experimentell ermittelt, während Mayer dasselbe auf eine Weise berechnete, welche erst 1844 von Joule experimentell als zulässig erwiesen wurde, dass nämlich alle Arbeit, die einem Gase zugeführt wird, sich in Wärme verwandle.

Der dritten Entscheidung möchte ich mich nicht anschliessen. Joule hat zweifellos das Verdienst, zuerst den der Wahrheit sehr nahen Wert für das Wärmeäquivalent gefunden zu haben; aber das gelang ihm erst 1850. Seine früheren Versuche leiden an Mängeln, Mayers Entwickelung nicht minder an einem prinzipiellen Bedenken — mich dünkt, da steht die Wage; aber Mayer gebührt der Zeit nach der Vorzug.

Dass Mayers Priorität schon wenige Jahre nach dem Erscheinen seines Buches in Frage gestellt werden konnte, beweist nur die geringe Verbreitung, die seine Ansichten gefunden hatten. Viel glücklicher war in dieser Hinsicht Holtzmann, der in seiner Arbeit "Über die Wärme und Elastizität der Gase und Dämpfe", Mannheim 1845 das

Warmeäquivalent zu 374 kg m: (kg) °C bestimmte (nach demselben Verfahren wie Mayer). Der Aufsatz fand in Poggendorffs Annalen (II. Ergänzungsband) Eingang, wurde wiederholt in den Berl. Ber. (für 1845 und 1847) besprochen, ins Englische übersetzt (vergl. Holtzmann, Mechanische Wärmetheorie Stuttg. 1866) und veranlasste zu einer die Dampfspannungsformel betreffenden Kontroverse mit Regnault.

In die Zeit zwischen dem Auftreten Mayers und der Helmholtz'schen Veröffentlichung fallen ausser den genannten Arbeiten Coldings, Joules und Holtzmanns noch Wilhelmy, die Wärme als Maass der Kohäsion, Heidelberg 1846 und Séguins Berechnung des Äquivalents zu 449 aus der Annahme, dass die Temperaturerniedrigung bei der Ausdehnung eines luftförmigen Körpers das Äquivalent für die dabei ausgeübte Kraftwirkung sei.

In den sechziger Jahren ist der Streit über die Anrechte Mavers und Joules von neuem entbrannt: Er wurde besonders in dem Philosophical magazine mit grosser Lebhaftigkeit geführt, als Tyndall in einem Vortrage über die Kraft sich vor der Royal Institution of Great Britain warm für Mayer ausgesprochen hatte (Phil. mag. [4] 24; 1862). Damals machte Joule seine Ansprüche geltend und stellte Mayers noch übrig bleibenden Rechten ältere Ansprüche Séguins gegenüber. Gereiztere Formen nahm die Diskussion infolge einer Darstellung der Energie-Ideen an, welche Thomson und Tait 1862 in Good Words veröffentlichten, einer in 120 000 Exemplaren verbreiteten religiösen Zeitschrift. Dadurch hauptsächlich fühlte sich Tyndall verletzt, wobei zu berücksichtigen ist, dass es sich nebenbei um eine wissenschaftliche Auszeichnung Mayers handelte. Der Streit zog sich Jahre lang hin; Mayers und Coldings erste Arbeiten, Teile des Séguin'schen Buches wurden in englischen Übersetzungen durch das Philosophical magazine verbreitet, das erste Auftauchen der Worte und Ideen, um die es sich in der Geschichte der Energie handelt, wurde damals aufgedeckt.

Ich habe es deshalb für zweckmässig und gerecht gehalten, bei den litterarischen Nachweisen neben der Urquelle auch den Autor zu zitieren, der zuerst auf ihre Bedeutung für die Geschichte der Energie hingewiesen hat.

Um es begreiflich zu finden, wie von Einzelnen immer wieder Joule als Begründer des Energiegesetzes hingestellt werden kann, muss man sich der geschichtlichen Entwickelung erinnern: Die Bausteine, die Robert Mayer zusammengefügt hat, lagen vor ihm bereit und wer in seinen Schriften von 1842 und 1845 nur die Einzelheiten sieht, wird

für jede einen Vorläufer auffinden können. Das Einzelne lag besonders dem englischen Forscher nahe, der unter dem Eindrucke der Schöpfungen Faradays und der technischen Anregungen zur Umwandlungsidee gedrängt werden musste. Aber dass es damit nicht gethan ist, lehrt uns Wilhelm Thomsons individuelle Entwickelung. Die Umwandlung von Wärmedifferenz in Bewegung ist ihm klar, aber bis 1850 fasst er diesen Prozess in Carnot'scher Weise und erklärt trotz Joules Arbeiten noch 1848 (Cambr. Phil. Soc. Proc. und Phil. mag, auch Math. and phys. papers I, 102) die Umwandlung von Wärme, Caloricum, in mechanischen Effekt für wahrscheinlich unmöglich. In einer Note bekennt er dabei Joules Arbeiten gegenüber, dass auf diesen Gebieten noch vieles in geheimnisvolles Dunkel gehüllt sei, und hebt hervor, dass Joule zwar Wärme aus Arbeit erzeugt, aber nicht in Arbeit verwandelt habe. Solche Anschauungen wurden freilich durch Joules verfeinerte Experimente geklärt, aber die prinzipielle Aufhellung der Energiegedanken liefern die Versuche nicht, sondern regen sie an. Und wenn Joules spätere Arbeiten Thomson zur Durcharbeitung dieser Ideen angeregt haben, so erscheinen Mayers fast ein Jahrzehnt ältere Leistungen nur in um so glänzenderem Lichte, da sie auf dürftigere Anregungen hin zu prinzipiell dem gleichen Ziele geführt haben.

Vielleicht liegt der Behauptung, Joule sei der Begründer des Energiegesetzes, auch manchmal der Gedanke zu Grunde, das Gesetz liesse sich hinsichtlich der Wärme und Arbeit so beweisen: Mechanische Energie ist unzerstörbar — wie die Mechanik lehrt. Wärme ist mechanischer Energie äquivalent — wie Joule experimentell festgestellt hat. Folglich ist die Energie, auch wenn sie Wärmeform annimmt, unzerstörbar. Dieser Beweis ist aber falsch; denn dass mechanische Energie unzerstörbar sei, weist die Mechanik nur für den Fall nach, dass bestimmte Bedingungen erfüllt sind und sicher nicht für den, dass ein Teil der Energie Wärmeempfindungen hervorzubringen vermag. Es ist ja klar: Die Unzerstörbarkeit muss auf ein über die Mechanik hinausragendes Prinzip gegründet werden, um zum allgemeinen Energiegesetze zu gelangen. Einem solchen Prinzipe, der religiösen Konstanzidee, folgt auch Joule, aber er hebt es nicht in klares Licht, wie Mayer das seinige, und führt es nicht auf exakte Grundlagen zurück, wie Helmholtz es gethan.

#### . 42) Seite 30.

Ich lasse hier eine Zusammenstellung der bisherigen Bestimmungen des Wärmeäquivalents folgen. Jochmann giebt in den Berl. Ber. f. 1858 eine solche, eine vollständigere von Sacchetti herrührende (Rendic. di Bologna 1867/68) bringen die Berl. Ber. f. 1869. Vereinzelte Lücken und Widersprüche, welche diese Übersichten und die der neueren Lehrbücher zeigen, veranlassten mich besonders hinsichtlich der älteren Versuche zu einer Vergleichung der Quellen, soweit sie mir zugänglich waren.

Bezeichnet kg das Gewicht eines Kilogrammstücks in Paris,  $g_0$  die Beschleunigung der Schwere daselbst, so wirkt auf diese Gewichtseinheit an einem andern Erdorte, dessen Schwerkraftsbeschleunigung g sei, die Kraft  $\frac{g}{g_0}$  kg. Daher ist die metrische Maasseinheit des an diesem Erdorte gemessenen Wärmeäquivalents

$$\frac{g}{g_0} kg m : kg {}^{\circ}C = \frac{g}{g_0} \frac{m}{{}^{\circ}C}$$

unabhängig von der Gewichts- oder der Masseneinheit. Soweit man von den Verschiedenheiten der Intensität der Schwere absehen kann, hat man hiernach die englischen Beobachtungen in metrische umzurechnen nach der Gleichung

$$0, 5486 \frac{m}{{}^{\circ}C} = \frac{foot}{{}^{\circ}F}.$$

1842 Mayer	t 35 5	ere 363 and nach erlegung Tait 650 & 8.  Luft	365 350 460 838 422 770 374 438 452 425 774 436 795 488,3 890 495 774 488,3 890 498,1 781,5 773,69 776,997 776,997 776,997 776,997 777,690
ann (Joule) (Goule) Leilius Leilius T	t ::1 ai	nied der spezifischen Wärmen der Luft.  che Bafterie u. Magnetelektromotor in demselben essungsbogen.  durch enge Röhren.  2.  2.  2.  3. u. Verdichtg. d. Luft; 5 Versuchsreihen 760 bis 823.  3. zweites.  5. erstes Verfahren. neue Angabe.  6. ii. iii. Wallratöl.  7. iii. Wallratöl.  8, Quecksilber.  9. Erschüttert durch Tyndall Phil. mag. (4) 28.  eines Schaufelrads in Wasser.  7. iii. Quecksilber.  8. von Gusseisen.  9. iii. Quecksilber.  9. iii. Quecksilber.  10. iii. Quecksilber.  11. iii. Quecksilber.  12. iii. Quecksilber.  13. iii. Quecksilber.  14. iii. Quecksilber.  15. iii. Quecksilber.  16. iii. Quecksilber.  17. iii. Quecksilber.  18. iii. Quecksilber.  19. iii. Quecksilber.  20. Mayer. Köln.  19. Rayler mit Hayl. Joule	
amıı (Joule) (Goule) Icilius Icilius	+	durch enge Röhren  2. 2. 3. u.Verdichtg.d.Luft; 5 Versuchsreihen 760 bis 823 3 arstes Verfahren; neue Angabe. 5 erstes Verfahren; neue Angabe. 6,, Wallratöl 7, Quecksilber 9. Erschüttert durch Tyndall Phil. mag. (4) 28 eines Schaufelrads in Wasser 7, Quecksilber 8, Quecksilber 9. Erschüttert durch Tyndall Phil. mag. (4) 28 eines Schaufelrads in Wasser 9, Quecksilber 9, Quecksilber 9, Quecksilber 1, Quecksilber 2, Quecksilber 3, Quecksilber 4, Quecksilber 3, Quecksilber 4, Quecksilber 5, Quecksilber 6, Quecksilber 7, Quecksilber 8, Quecksilber 8, Quecksilber 8, Quecksilber 8, Quecksilber 9, Quecksilber 1, Quecksilber 1, Quecksilber 2, Quecksilber 3, Quecksilber 4, Quecksilber 5, Quecksilber 6, Quecksilber 7, Quecksilber 8, Quecksilber 8, Quecksilber 8, Quecksilber 9,	
(Joule) Leilius lei		2. 3. u.Verdichtg. d. Luft; 5 Versuchsreihen 760 bis 823 3. averites 5. erstes Verfahren; neue Angabe. 6. ii. iii. Wallratöl 7. iii. iii. Wallratöl 7. iii. iii. Quecksilber 8. iii. iii. Quecksilber 8. iii. iii. iiii. iiiii. iiii. iiii. iiiiii	
(Joule) Icilius		g. u. Verdichtg. d. Luft; 5 Versuchsreihen 760 bis 823 3 eistes Verfahren 3 zweites 5 erstes Verfahren; neue Angabe eines Schaufelrads in Wasser 7 " " " Quecksilber 9. Erschüttert durch Tyndall Phil. mag. (4) 28 eines Schaufelrads in Wasser 7 " Quecksilber 7 " Quecksilber 8 " Quecksilber 9 " Erschüttert durch Tyndall Phil. mag. (5) 28 eines Schaufelrads in Wasser 9 " Quecksilber 10 " Quecksilber 11 " " Quecksilber 12 Mayer. " Quecksilber 13 " Quecksilber 14 " " " Quecksilber 15 " " " " " Quecksilber 16 " " " " " " " " " " " " " " " " " " "	
(Joule)  Cilius  ci		3 zweites neue Angabe	
(Joule) Icilius		eines Schaufelrads in Wasser  " " " Wallratöl  " " " Quecksilber  eines Schaufelrads in Wasser  " " Quecksilber  " " " " " " " " " " " " " " " " " " "	
(Joule) Icilius		". " Wallratöl " Quecksilber Quecksilber Quecksilber Quecksilber Quecksilber	
(Joule) Icilius ei		, Wallratól, Quecksilber eines Schaufelrads in Wasser, Quecksilber, Quecksilber, Quecksilber, Quecksilber, Quecksilber, Quecksilber, Quecksilber, Quecksilber, Quecksilber	
(Joule) Cilius ci		eines Schaufehrads in Wasser  " " (Juecksilber " " " " " " " " " " " " " " " " " " "	
(Joule) Icilius ei		von Gusseisen  u auf 1/2 % genauen reduzierten Wert erklärt Joule  Die entspreehenden Rechnungen späterer mit  Realegran. Realegran. 1839 u. die neueren Lohrbücher.	
(Joule) Loilius ei		von Gusseisen auf 1/2 % genauen reduzierten Wert erklärt Joule Die entsprechenden Rechnungen späterer mit Bayer. genaueren Daten siehe Jochmann Frogr. Köln. Realgynn. 1839 u. die neueren Lehrbücher.	
(Joule) Icilius ei		n auf 1/2 % genauen reduzierten Wert erklärt Joule Die entsprechenden Rechnungen späterer mit Realgynn. 1839 u. die neueren Lehtbücher.	_
(Joule) Icilias ei		Die entsprechenden Rechnungen späterer mit Renaueren Daten siehe Jochmann Frogr. Köln. Realgynn. 1839 a. die neueren Lohrbücher.	.72-
(Joule) Icilius ei	62	n Lehrbücher.	0)
(Joule) Icilius ci	62		
Kupffer  Him Favre Bosscha, (Joule) Quintus Icilius Favre Hirn  "  Matteucci Bosscha Della Casa Hirn  " "		Expansion dAvasserdampfs, Carnots Prinzip. Ebengo viele spätere Rechnungen mit anderen Daten	421
Hirn Favre Bosscha, (Joule) Quintus Icilius Favre Hirn  " Matteucci Bosscha Della Casa Hirn  " "	0.0	u. durch Zug.	22
Favre Bosscha, (Joule) Quintus Icilius Favre Hirn  " Matteucci Bosscha Della Casa Hirn  " "			370
Bosscha, (Joule) Quintus Icilius Favre Hirn  Matteucci Bosscha Tirn  Hirn  "" "" "" "" "" "" ""	-	s 464	
Favre Hirn  Matteucci Bosscha Tiln  Hirn  " " " " " " " " " " " " " " " " " " "		Elektromotorische Kraft d. Daniell in absol. Maasse 4 Wärmeentwickelung nach absol Maass bekannter Ströme	419,5
Hirn  " Matteucci Bosscha Della Casa Hirn  " "			413,2
" Matteucci Bosscha Della Casa Hirn " "		Reibung der Metalle mit Auwend. v. Schmiermitteln 359 bis 382 (smiter 400 and 450)	371,6
" Matteucci Bosscha Della Casa Hirn			425
Matteucci Bosscha Della Casa Hirn		bis 275, nach	413
na Casa			438,96
-	-	N 1e 1007 : 400; 421,1; m. 1.enz versuch: 590,4; 4.f0,2 m. uer.	417.76
-			432
- :		ibung unter hohem Druck	433
	¥ =		425
:		Borechnot and dom Dannfrolum des Wassers	432
			441,6
aboulaye			433
1864 Dahlander Ann. d. chim. (4) 4 1865 Edlund Pogg. Ann. 126		Gesatügter Dampi nach fairbairn und lates versuchen . 9 Temperatur eines Drahtes bei elastischen Dehnungen:	,
;		Ag 443.6; Cu 430,1; Messing 428,3	434

Die Tafel enthält mehrfache Abweichungen von den Angaben der in den Lehrbüchern und in den Berliner Berichten gelieferten Zusammenstellungen. Die Abweichungen beruhen auf Vergleichung der (Juellen. Auch nach 1865 noch zu vergleichen, hielt ich nicht für nötig. Nicht aufgenommen habe ich Rennie (Berl. Ber. 1857), Turazza und Pazienti (Sachettis Tafel, Berl. Ber. 1869), weil mir die Quellen fehlten und die sonstigen Erwähnungen nicht genügend erschienen.

# 43) Seite 32.

Es scheint nicht unnütz, hervorzuheben, dass dieser Satz zwar aus der Erfahrung stammt, aber so wie er dasteht sich nicht glatt durch Einzelerfahrungen nachweisen lässt, — ebensowenig wie das Trägheitsgesetz oder andere Erfahrungsprinzipien. Man denke nur daran, dass sich in alle Erscheinungen nicht-umkehrbare Prozesse einschleichen (auf die man zur Zeit der Aufstellung des Satzes noch nicht geachtet hatte), und man wird erkennen, dass oft schon eine verwickelte Analyse nötig ist, um das Gesetz nur einleuchtend zu machen, dass also von direktem Nachweis keine Rede sein kann.

# 44) Seite 32.

Zum Perpetuum-mobile-Prinzip müssen Sätze treten von der Art des durch Joule festgestellten, den Thomson (On the dynamical theory of heat) etwa so formuliert: Wenn gleiche Arbeitsmengen aus Wärme erzeugt oder in Wärme verwandelt werden, so verschwinden oder entstehen gleiche Wärmemengen.

Es erscheint mir nicht unerheblich, darauf hinzuweisen, dass die Begründer des Energiegesetzes ihre Betrachtungen von der mechanischen Hypothese über die Natur der Wärme zunächst frei halten und dann erst als Stütze der letzteren kennzeichnen, welchen zweiten Schritt zu thun Mayer sogar ausdrücklich ablehnt. Clausius aber, der in seiner Abhandlung von 1850 (Abhandlungen 1. Aufl.) die Proportionalität von Wärme und Arbeit mehr axiomatisch einführt, gründet später diesen Ersten Hauptsatz der Wärmetheorie auf die mechanische Hypothese: Wärme ist irgend eine Bewegung der Körperteile und lebendige Kraft ihr Maass. (Mechanische Wärmetheorie 2. Aufl.) - Auch Wilhelm Thomson stützt den Ersten Hauptsatz auf Davys dynamische Wärmetheorie, nach welcher Wärme mit mechanischer Arbeit identisch ist. Da nun die Wärmemessung auf der Messung der Wassermenge beruht, welche durch sie um 1º erwärmt werden kann, andererseits aber auch die der Hypothese gemäss uns als Erwärmung erscheinende, im Wasser angesammelte Arbeit der Wassermenge proportional ist, so sind Wärme und Arbeit durch proportionale Zahlen bestimmt. Die als Wärme erscheinende Arbeit tritt als äussere Arbeit, als Arbeit der Molekularkräfte und als lebendige Kraft der Molekeln auf. Wärme ist daher der äusseren Arbeit proportional in Substanzen, die keine Molekularänderung erlitten haben und in allen Substanzen, wenn sie einen Kreisprozess durchlaufen haben. Das ist es, was Joule experimentell bestätigt hat.

#### 45) Seite 32.

Für die Ausbreitung des Energiegedankens hat in der Folge besonders Helmholtz' Beweis nachdrücklich gewirkt, dass vom Standpunkte des Energiegesetzes die elektromotorischen Wirkungen der Ströme (Induktion) mit ihren ponderomotorischen in innigstem Zusammenhange stehen. Der bestimmte Nachweis dieser Zusammenhänge, die Faradays Forschungen geleitet hatten, war eine schöne Leistung der neuen Ideen. — Später beschäftigten sich (Pogg. Ann. 91) Koosen und Holtzmann mit diesem Zusammenhange. - Dass Faradays Spürsinn solche Zusammenhänge erschaut hat und ihnen nachgegangen ist, kann keinem Zweifel unterliegen. "In der festen Überzeugung, dass alle Naturkräfte verwandt und in einander verwandelbar seien", versuchte Faraday (Exp. Res., 24. Reihe, Pogg. Ann. 82), ob Gravitation in Elektrizität verwandelbar sei, indem er Cylinder durch eine Drahtrolle fallen liess. Dieselbe Idee, die ihn hier zu einem negativen Ergebnis führte, hat auch seine grossen Entdeckungen erzeugt. Vergl. auch Segnitz, Pogg. Ann. 117.

# 46) Seite 35.

Eigenenergie dürfte eine zweckmässige Bezeichnung sein in den Fällen, wo der einfache Ausdruck Energie nicht ausreicht, d. i. besonders, wenn es sich um die Auffassung der Grösse als einer Funktion handelt. Diese Eigenenergie bezeichnete Kirchhoff (Pogg. Ann. 103) als Wirkungsfunktion, Zeuner 1860 als innere Wärme, 1866 als innere Arbeit, — womit Clausius nur Teile der Eigenenergie bezeichnet, — C. Neumann als Energiefunktion, Kapital, Arbeitsvorrat (auch F. E. Neumann) des Körpers (Sächs. Akad. 1873, Bd. X), Clausius als innere Energie.

"Eigenenergie" übersetzt Neesen in Maxwells Theorie der Wärme. Braunschweig 1878.

#### 47) Seite 36.

Math. and phys. papers I, 186. Die Note lautet: "The integral function  $\int \left[ (\Im M - p) \ dv + \Im N \ dt \right]$ ", — d. i.  $\int (d \ Q + d \ A)$ , wo  $d \ Q = \Im \ (M \ dv + N \ dt)$  die als Wärme,  $d \ A = - p \ dv$  die als Arbeit aufgenommenen Energieelemente bezeichnet, — "may obviously be called the mechanical energy of the fluid mass; as (when the constant of integral is properly assigned) it expresses the whole

work the fluid has in it to produce. The consideration of this function is the subject of a short paper communicated to the Royal Society of Edinburgh Dec. 15. 1851 as an appendix to the paper at present republished.

# 48) Seite 37.

Vergl. Anmerkung 41, S. 88 über Thomsons ursprünglichen Standpunkt, der auch in einer Arbeit, die 1849 in den Traus. of the Edinb. Royal Soc. und 1852 in den Ann. de chimie erschien (Math. phys. papers I, 116), vertreten ist.

#### 49) Seite 37.

Galilei: l'impeto, il talento, l'energia o vogliamo dire il momento del discendere. Discorsi e dimonstrazioni, 3. Tag in der posthumen Stelle (Florentiner Ausg. von 1855). Vergl. auch Dühring S. 26.

Poncelet, Méc. industr. S. 95 und S. 122 Fussnote.

Eine missbräuchliche Anwendung des Wortes Energie hat sich neuerdings in die Theorie der Regulatoren eingeschlichen. Ztschr. d. Vereins deutscher Ingenieure 1886, S. 416, Band 30.

# 50) Seite 38.

Helmholtz, Messungen über den zeitlichen Verlauf der Zuckung animaler Muskehn . . . . Müllers Archiv 1850; Wiss. Abh. II, 766; und Über die Gesetze einiger Vorgänge in Muskeln und Nerven. Monatsberichte Berl. Akad. 1855; Wiss. Abh. II, 881.

#### 51) Seite 38.

Varignon, Nouvelle mécanique ou statique, Paris 1725 posthum, Band II, S. 174 ff. Daselbst Bernoullis briefliche Mitteilungen vom Jahre 1717. Bemerkt bei Dühring S. 309 und M. Rühlmann S. 149.

Thomas Young, Lectures on natural philosophy I, 78 und 79 auch II, 52. Tait hat Phil. mag. (4) 28 darauf hingewiesen, dann Dühring S. 484, W. Weber Abh. Sächs. Ges. XI, S. 650 Note.

#### 52) Seite 39.

Thomson hat Phil. mag. 1852 (4) 4 auch Math. phys. papers I, 511 die Ausdrücke statisch und dynamisch gebraucht und bemerkt Phil. mag. 1853 (4) 5 (auch Math. phys. papers I, 554) in einer Note

vom 14. Januar, dass er die "bewundernswerten Bezeichnungen" potentiell und aktuell vorziehe, die Rankine am 5. Januar desselben Jahres in der Glasgow Philos. Soc. gebraucht habe und in der vorliegenden Nummer des Phil. mag. veröffentliche. — Über die zuerst in Good Words angewendete Bezeichnung "kinetisch" vergl. Math. phys. papers II, 34, Note von 1883. Sie hängt mit der Terminologie zusammen, nach welcher Thomson Dynamik für theoretische Mechanik gebrauchen will, während der gemeinhin als Dynamik bezeichnete Teil der letzteren Kinetik heissen soll, endlich der Name Mechanik reserviert wird für das, was man in Deutschland als Maschinenlehre bezeichnet.

Auf Daniel Bernoulli ist zurückgewiesen worden, weil sich dieser (Dühring S. 236) in seiner Hydrodynamik der Vorstellung bedient, dass der ascensus potentialis, die potentielle Erhebung, gleich sein müsse dem aktuellen Fall einer Flüssigkeitsmasse.

# <sup>53</sup>), Seite 46.

Ausser ihnen ist besonders noch Waterston zu erwähnen: On dynamical sequences in Kosmos, Athen 1853 und an andern Stellen.

# 54) Seite 48.

Helmholtz: Borchardt-Crelles Journal 72 u. 75. Mit Zusätzen von 1881 in den Wiss. Abh. I. — C. Neumann, Sächs. Gesellsch. X und XI. — W. Weber, Sächs. Gesellsch. X und XVIII, Pogg. Ann. Bd. 156, Wied. Ann. Bd. 4.

Hinsichtlich der Unterscheidung von Elementar- und Integralgesetzen ist besonders auf C. Neumann, hinsichtlich der Auffassung letzterer als Gattungsbegriffe auf v. Helmholtz zu verweisen.

#### 55) Seite 48.

Sind nämlich zur Zeit t die Koordinaten dieser Punkte  $x_1$   $y_1$   $z_1$  bez.  $x_2$   $y_2$   $z_2$  in einem festen rechtwinklichen System, und zerlegt man die Geschwindigkeit eines jeden in 3 Komponenten, 1) eine mit der Geschwindigkeit s' des Schwerpunkts nach Grösse und Richtung übereinstimmende, 2) eine zur Verbindungslinie r beider Punkte senkrechte Komponente  $d_1'$  bez.  $d_2'$ , 3) eine in dieser Verbindungslinie wirkende Komponente  $r_1'$  bez.  $r_2'$ , so ergiebt sich

$$x'_1 = s' \cos(s' x) + d'_1 \cos(d_1 x) + r'_1 \cos(r x),$$

und mit Hülfe der entsprechenden Werte für y' und z' folgt die kinetische Energie des Systems

$$T = \frac{1}{2} m_1 s'^2 + \frac{1}{2} m_2 s'^2 + \frac{1}{2} m_1 d_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 d_2'^2 + \frac{1}{2} m_1 r_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2'^2 + m_1 s' d_1 \cos(s' d_1)$$

$$+ m_2 s' d_2 \cos (s' d_2) + m_1 s' r'_1 \cos (s' r) + m_2 s' r'_2 \cos (s' r).$$

Bezeichnen nun  $r_1$  und  $r_2$  die Abstände der Punkte vom Schwerpunkt, und ist  $\omega'$  die Winkelgeschwindigkeit der Verbindungslinie r beider Punkte um den Schwerpunkt, so ist

$$d_1 = r_1 \ \omega' \qquad d_2 = r_2 \ \omega',$$

und mit Berücksichtigung der Eigenschaften des Schwerpunkts vereinfacht sich obiger Ausdruck zu

$$\begin{split} T &= \frac{1}{2} \; (m_{_1} + m_{_2}) \; s'^{_2} + \frac{1}{2} \; (m_{_1} \; r_{_1}^2 + m_{_2} \; r_{_2}^2) \; \omega'^{_2} \\ &+ \frac{1}{2} \; (m_{_1} \; r_{_1}'^2 + m_{_2} \; r_{_2}'^2). \end{split}$$

Das erste Glied der rechten Seite ist nach dem Satze von der Erhaltung des Schwerpunkts konstant, im zweiten Gliede kann mit Hülfe des Flächensatzes

$$\frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) \omega' = f$$

 $\omega'$  eliminiert werden, und endlich lassen sich die beiden letzten Glieder durch die Gleichungen

$$\mathbf{m_1} \; \mathbf{r_1} = \mathbf{m_2} \; \mathbf{r_2} \quad , \quad \mathbf{r_1} + \mathbf{r_2} = \mathbf{r}$$

umformen. Sie gehen über in  $2 f^2 : \mu r^2$  bez. in  $\frac{1}{2} \mu r'^2$ , wo

$$\mu = m_1 m_2 : (m_1 + m_2).$$

# <sup>56</sup>) Seite 51.

Diese beiden Quellen der zeitgenössischen Arbeiten unterschied Helmholtz, Berl. Ber. f. 1850/51.

# <sup>57</sup>) Seite 52.

Andere Darlegungen des zweiten Satzes der Thermodynamik geben Zeuner a. a. O. und Rankine, A manual of the steam engine and other prime movers London 1859 (danach auch Eddy, Thermodynamics, New-York 1879); ferner Ann. chim. phys. (4) 12; 1867.

# 58) Seite 52.

Die für beliebige, auch nicht-umkehrbare Vorgänge sich ergebende Gleichung

$$dE - TdS - \Sigma Pds = - TdN < 0$$

ist nur für isotherme Vorgänge weiter verfolgt worden, besonders von Duhem (Anm. 62). Haben die äusseren Kräfte P ein Potential W, so folgt

$$d(E - TS + W) = d(-TN) \le 0.$$

Es erscheint also d (— T N) als die während des Vorganges entstandene nicht kompensierte Energie, die nie positiv sein kann und bei umkehrbaren Prozessen Null beträgt.

# <sup>59</sup>) Seite 53.

Neben die im vorigen Abschnitt besprochene Eigentümlichkeit gewisser molekularer Vorgänge hinsichtlich der Wärme stellt sich als zweite Ursache der Nichtumkehrbarkeit so vieler Prozesse die Fähigkeit der. Wärme vom wärmeren zum kälteren Körper ohne Umformung übergehen zu können. Vielleicht können diese verschiedenen Ursachen auf eine Quelle zurückgeführt werden, wenn man die Wärmeübergänge von einem Körperelement zum andern beachtet. Völlig umgehen lassen sie sich nie. Der umkehrbare Kreisprozess, bei welchem "nothing is done, what cannot be undone", ist ein Grenzbegriff, eine Abstraktion.

#### 60) Seite 54.

Der zweite Hauptsatz hat sich unter den Händen von Clausius etwas anders entwickelt, als gleichzeitig unter Wilhelm Thomsons Einflusse in England. Während Clausius durch ihn zu den Begriffen der Disgregation und der äquivalenten Verwandlungen geführt wurde, lehrte Thomson durch ihn die Dissipation (Degradation) der Energieformen schätzen und ihre motivity, Triebfähigkeit. Vergl. Thomson, Papers und Taits Wärmelehre (übers. von Lecher, Wien 1885).

Helm, Energie.

# 61) Seite 54.

Boltzmann, Wiener Sitzungsberichte Bd. 53, Abt. 2 (1866); Clausius, Pogg. Ann. 142 (1871); Szily, Pogg. Ann. 145 (vergl. Diskussion Clausius-Szily in den folgenden Bänden); v. Helmholtz, Borchardts Journal 1884; J. J. Müller, Pogg. Ann. 152; Burbury, Phil. Mag. 1876.

# 62) Seite 55.

Horstmann, Theorie der Dissoziation. Ann. Chem. Pharm. 170 (1873), auch 187 (1877).

Gibbs, On the equilibrium of heterogeneous substances. Trans. Connecticut acad. III, 1875/78.

v. Helmholtz, Sitzungsberichte der Berl. Akad. 1882.

Massieu, Mémoire etc. in Mém. prés. à l'acad. des sciences de l'institut de France 1876.

Braun, Wied. Ann. 5 (1878); 16, 17 (1882).

v. Oettingen, Die thermodynamischen Beziehungen antithetisch entwickelt. Petersburg 1885. Mém. de l'acad. impér. (7) 32.

Berthelot, Essai de mécanique chimique. Paris 1879.

Duhem, Le potentiel thermodynamique, Paris 1886 giebt neben eigenen Untersuchungen eine treffliche Zusammenstellung der analytischen Vorarbeiten auf diesen Gebieten.

# 63) Seite 57.

Nicht die Mechanik als mathematische Disziplin. Setzt man das Energiegesetz an die Stelle der dynamischen Differentialgleichungen, so beschränkt man die Untersuchung der Umformungen potentieller in kinetische Energie auf konservative Systeme, aber man erweitert das Gebiet, indem man die Umformungen in andere Energieformen der Betrachtung zugänglich macht. Freilich muss mit der Tradition gebrochen werden, welche in der Mechanik nur die Theorie gewisser Differentialgleichungen zweiter Ordnung sieht.

#### 64) Seite 57.

Rankine, Outlines of the science of energetics. Edinb. Phil. Journal (2) 2; 1855. Ist mir nicht zugänglich gewesen; doch kann man wohl aus der Art, wie Rankine in seinen Lehrbüchern die Mechanik behandelt, auf die dort entwickelten Gedanken schliessen, insbesondere aus A manual of the steam-engine 1859; art. 244. —

Die Wortbildung findet sich auch in der Notiz Rankines, History of energetics, Phil. mag. (4) 28.

# 65) Seite 58.

"Streben," "Tendenz" sind selbstverständlich nur Hülfsvorstellungen, in die wir die Erscheinungen zwängen, um unsere Vorstellungen bequemer zu gestalten. Wenn ein Gewicht auf eine Unterlage gelegt oder an einen Faden gehängt wird, so fällt es sicherlich und hat nicht nur Bestreben zu fallen. Seine Energie der Schwere geht von dem höheren Horizont zum tieferen wirklich über und verwandelt sich dabei in kinetische Form. Gleichzeitig ist aber eine andere Energieart vorhanden. — die der Elastizität der Unterlage oder des Fadens. In sie verwandelt sich jene kinetische Energie, um dann wieder durch sie von neuem gebildet zu werden. Dieser Umsatz würde sich unaufhörlich wiederholen, wenn nicht Wärme gebildet würde, wodurch endlich das Gewicht zur Ruhe kommt. Die beiden potentiellen Energien, unter deren wechselseitigem Einfluss der Ruhezustand eingetreten ist, als eine einzige zusammen zu fassen, ist zwar formell möglich, aber auch nur formell; es erweist sich für die Beurteilung der Bewegungserscheinungen unfruchtbar, weil - der resultierenden Energie keine Intensität und Quantität beigelegt werden kann.

# 66) Seite 59.

Die Gesamtheit aller Erscheinungen in der Welt wird mit der aller nachfolgenden nicht nur in zeitlichem, sondern auch in kausalem Zusammenhange gedacht; ja für diese Gesamtheit fällt Zeit- und Kausalfolge physisch in eins zusammen; es vom andern zu trennen ist nur ein logischer Prozess, der für unsere Erkenntnis nicht einmal nötig ist. Nun beginnt aber wissenschaftliche Erkenntnis erst dann, wenn wir aus der vorangehenden Gesamtheit Gruppen A von Erscheinungen ausfindig machen, deren jeder, wenn sie allein vorhanden gewesen wäre, auch nur eine bestimmte Gruppe B der nachfolgenden Gesamtheit von Erscheinungen nachgefolgt wäre. Diese Nachfolge darf durch den Ablauf der in Wirklichkeit noch stattfindenden anderen Erscheinungsfolgen nicht gestört werden oder sie muss in angebbarer Weise gestört werden. Dann sagen wir, dass A und B in Kausalbeziehung stehen, A Ursache von B ist. — Man sieht aber, dass dieser Gedankengang an eine Bedingung geknüpft ist, an die Loslösung einer Gruppe von Erscheinungen aus der Gesamtheit. Diese Bedingung kann - in

der experimentellen Methode — mit Annäherung erfüllt werden, aber gänzlich durchführbar ist sie doch immer nur in Gedanken. Und so kommt die Analyse der Naturerscheinungen nicht über die Anwendung derartiger virtuellen Vorgänge oder Tendenzen zu Wirkungen hinaus, mag man sie im besonderen Falle Kräfte nennen oder wie sonst.

#### 67) Seite 59.

Maxwell, Theorie der Wärme. Braunschweig 1878. — Für die Verallgemeinerung des Entropiebegriffs ist ferner noch bedeutsam: Maxwell-Garnett, Die Elektrizität in elementarer Behandlung. Braunschweig 1883, S. 147.

#### 68) Seite 61.

Oettingen a. a. O. S. 6 hätte hiernach Unrecht, wenn er —  $p\ dv$  als die allein berechtigte Analogie von  $T\ d\ S$  hinstellt und Zeuners Analogie verwirft.

#### 69) Seite 62.

Die Eigenschaften der Funktionen J und M, sowie des Ausdrucks J d M als einer Energieform sind übrigens nicht unabhängig von einander. Denn wenn ein Körper die Energie

$$dE_{_1} = J_{_1} dM_{_1}$$

umkehrbar aufnimmt und in derselben Energieform den Betrag

$$d\,E_{_2} = J_{_2}\,\,d\,M_{_2}$$

behält oder umkehrbar abgiebt, so dass die Energie

$$de = dE_1 - dE_2 > 0$$

umgeformt wurde, - dann folgt aus den Eigenschaften der Funktion M, nämlich aus

$$dM_1 = dM_2$$

sogleich die Beziehung

$$de = (J_1 - J_2) \frac{dE_1}{J_1}.$$

Ist also der Übergang im Sinne  $d\,E_1>d\,E_2$ erfolgt, oder de>0, so ist  $J_1>J_2$ .

Allgemein: Hat sich in einem Körper der Betrag de>0 umgeformt, während beliebige Elemente einer Energieform aufgenommen oder abgegeben wurden, so dass

$$de = \Sigma J d M$$
,

und hat die Funktion M die Quantitätseigenschaft

$$\Sigma dM = 0$$
.

so müssen die den grösseren d M zukommenden Intensitäten an Grösse überwiegen über die der kleineren, — sonst wäre de nicht positiv.

# 70) Seite 63.

J. Thomson. On crystallisation and liquefaction, as influenced by stresses tending to change of form in crystals. Royal soc. 1861, Bericht Phil. mag. (4) 24. Sein Tendenzsatz lautet: Wenn eine Substanz (oder ein System solcher) Freiheit hat ihren Zustand zu verändern und ihr Arbeit als potentielle Energie zugeführt wird in solcher Weise, dass der Eintritt der Zustandsänderung diese Arbeit der Bedingung potentieller Energie enthebt, ohne dass andere potentielle Energie als Äquivalent aufgenommen wird; — dann wird die Substanz (oder das System) in den veränderten Zustand übergehen. Z. B. bedarf Wasser in einem Gefässe eines Hebers, um Freiheit zu bekommen, seine potentielle Energie umzuformen. Ist dieser angesetzt, so leihen die vorangehenden Wasserteile den nachfolgenden die nötige Arbeit, um auch sie über das Hindernis zu bringen. - Oder: Wenn eine umgestülpte Glocke durch den Dampf einer siedenden Flüssigkeit hindurch in diese hinabgedrückt wird, so vermindert sich die potentielle Energie des Auftriebs, indem der Dampf unter der Glocke kondensiert und durch die gewonnene Wärme an der Oberfläche der Flüssigkeit Wasser verdampft wird.

#### 71) Seite 63.

Mach, Geschichte und Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Prag 1872. S. 54. Note, die 1871 veröffentlicht wurde. — Man vergleiche auch Lippmann, Extension du principe de Carnot à la théorie des phénomènes électriques. Comptes rendus 1876.

# 72) Seite 64.

Der Vorgang ist im Texte als Umformung der potentiellen Energie des sinkenden Gewichts bez. der Erde in die des steigenden Gewichtes aufgefasst. Wollte man ihn als Übergang potentieller Energie vom gleichförmig sinkenden Gewichte G auf ein gehobenes Gegengewicht L, die Last des Flaschenzugs, beurteilen, den Einfluss des Erdkörpers also als selbstverständlich ganz zurücktreten lassen, so würde es dem Intensitätsgesetze widersprechen, ihn als einfachen Übergang von der Form HdG anzusehen, denn er ist ja von der Höhendifferenz der Gewichte unabhängig, also H nicht Intensität, auch G nicht beständig, weil der eine Körper nicht soviel an Gewicht einbüssen muss, als der andere gewinnt, also G nicht Quantität.

Zur Analyse des Vorgangs als eines Übergangs der Energie ist es nötig, sich der Form G d H zu bedienen und die Energie der Wechselwirkung heranzuziehen, die durch das Seil bewirkt wird. Ist ihre Intensität G gleich der zwischen der Erde und dem Gewicht G, bez. der Erde und dem Gewicht L wirksamen, so findet im Ganzen keine Energieveränderung statt. Die Wirkung war bei G die Energieverminderung G d H, bei L entsprechende Vermehrung.

Durch die Einführung der Wechselwirkung G im Seil werden also verwickeltere Energieumformungen und Übergänge als ein einziger Übergang aufgefasst. Und hierzu dient überall der Kraftbegriff. Er ist immer anwendbar, wenn durch noch so verwickelte Vorgänge schliesslich nichts anderes bewirkt wird, als dass die vom Körper A abgegebene Energie in B erscheint. In diesem Sinne führte Newton seine Fernewirkung ein, in diesem Sinne reduziert man die Maschinenprobleme durch die zwischen den einzelnen Maschinenteilen wirkenden Aktionen und Reaktionen. Die Gleichheit zwischen Aktion und Reaktion bringt zum Ausdruck, dass diese Energieübergänge umkehrbare Prozesse sind.

#### 73) Seite 66.

Kein einzelnes Problem der Naturwissenschaft kann sich darauf einlassen, die Kausalkette unbegrenzt zurück zu verfolgen. Irgend wo bleibt man stehen und setzt den Beginn des besprochenen Vorgangs. Die Mechanik führt Anfangsgeschwindigkeiten und Anfangslagen, die Energetik Auslösungen ein, und das einzelne Problem lässt dahingestellt, ob Freiheit oder Kausalität diesen Anfang bewirkt hat. — Daher sollte man auch Schlüsse auf die Zukunft der Welt vorsichtiger aussprechen, als es besonders in popularisierender Darstellung manchmal geschieht. Wir können nur auf das Verhalten der Energie schliessen, welche je zur Auslösung gelangt; ob aber alle vorhandene Energie zur Auslösung gelangen wird, wissen wir nicht.

# 74) Seite 67.

Dieser Anthropomorphismus veranlasst uns auch, die Intensitäten J zunächst als Ausdruck des äusseren Einflusses zu denken, dem der Körper unterliegt, die Agensquantitäten M aber als Darstellung seiner inneren Eigenschaften, seiner Disposition äusseren Einflüssen nachzugeben. Eine eingehendere Analyse entfernt überall diese Unterscheidung. Das aber bleibt bestehen, dass jedes Energieglied JdM von zwei Funktionen abhängt, also als Flächengrösse sich darstellen lässt; den isothermischen und adiabatischen Linien der Thermodynamik entsprechen allgemein die Kurven J=c, M=c'.

# 75) Seite 68.

So führt Kirchhoff Pogg. Ann. 103 neben der Temperatur eine zunächst willkürlich gelassene Koordinate x ein.

# 76) Seite 68.

Man könnte sich einen Raum vorstellen, der sich gegen die kinetische Energie des Punktes anisotrop verhielte, in welchem z. B. jeder Massenpunkt nach drei Achsen drei Hauptträgheitszahlen besässe (statt der einen Massenzahl, die ihn in unserem Raume zukommt). Es würde dann die kinetische Energie des Punktes dasselbe Verhalten zeigen, welches in unserm Raume der rotatorischen kinetischen Energie des starren Körpers eigentümlich ist. — Wie die Isotropie das Verhalten unseres Raumes gegen Drehungen bezeichnet, so kommt ihm wegen seines Verhaltens gegen Verschiebungen Homogenität zu, daher man in ihm das Trägheitsgesetz gebraucht, ohne dass ein physischer Körper als Bezugskörper wirklich existiert.

# 77) Seite 69.

Das Wort führte Maxwell ein für E-TS (T Temperatur, S Entropie), und Helmholtz verwendete es 1882. Entsprechende Funktionen von der Form  $E-\Sigma JM$  führten Massieu und Gibbs ein, und Oettingen betont die relative Bedeutung des Begriffs, wie sie im Texte gegeben ist. Die Verwendungen des Begriffes findet man besonders ausführlich bei Duhem.

# <sup>78</sup>) Seite 72.

Bezeichnend sind die Worte, die Du Bois Reymond (Berl. Monatsberichte 1870) von Leibniz anführt: "Les forces ne sont (pas)

détruites, mais dissipées parmi les parties menues. Ce n'est pas les perdre, mais c'est faire comme font ceux, qui changent la grosse monnaie en petite." Sie sind eben so merkwürdig hinsichtlich des Dissipationsgedankens, wie hinsichtlich der wirtschaftlichen Analogie.

# 79) Seite 72.

Gossen, Entwickelung der Gesetze des menschlichen Verkehrs.... Braunschweig 1854. Ein bedeutungsvolles Buch, wenn es auch an Schwächen leidet, die besonders dem Mathematiker nicht entgehen können. Und doch wurde es gänzlich vergessen und von Walras neu entdeckt.

Walras, Un économiste inconnu H. H. Gossen. Journal des économistes (4) 29, 1885 enthält eine Lebensbeschreibung Gossens von seinem Neffen, Prof. Kortum-Bonn.

Walras, Théorie math. de la richesse sociale. Leipzig 1883.

Walras, Mathematische Theorie der Preisbestimmung . . . . Stuttgart 1881.

Jevons, The theory of political economy. London 1879, II ed. mit ausführlicher Litteraturangabe über mathematische Volkswirtschaftslehre.

Launhardt, Mathematische Begründung der Volkswirtschaftslehre. Leipzig 1885.

# COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES

::

30

No.

3

3/0

No.

3/0

ماره

3 3 3 3/0

3/6

Sign of

STO STORY

000 :: \*\*

SI/O

W.

W.

SHO.

SI/C

Sie

3 1

Sie Sie

3/0

3/0

Sign of the same Sie

Sign of

010

3/0

ماره

No.

Sign of 3

3/2

Sign of

Sign of the same o

aje

THE STREET

No sign

3

Sie

Ne.

Sign of

No.

N.

STO STO

Sile Sile

SHE SHE

Ne Ne

W. 3

No.

, with

No SHO.

SHO. STO

3/0 Sign of Ne Sie SHO.

3/0 

30

3

	COLUMB	IA UNIV	ERSITY LIBR	RARIES	مَيْهُ مِيْهُ مَيْهُ ا		
مِنْهُ مِنْهُ مِنْهُ	This book is due on the date indicated below as at the one of the						
مِنْ مِنْ مِنْ مِنْ	provided by a dennite period after the date of borrowing, as						
مَنَّهُ مِنْهُ مِنْهُ مِنْهُ مِنْهُ	the Librarian in	charge.	or by special arrang	gement with			
	DATE BORROWED	DATE DUE	DATE BORROWED	DATE DUE			
	OCT 4 '48			DATE DUE	<u> </u>		
مَانِهِ مِنْهِ مِنْهِ مِنْهِ	001				e ske sk		
h she she sh							
The ske ske							
					M. M. M. M.		
					THE SECOND SECOND		
A SHOW SHOW					***************************************		
					* * * *		
					We also also also		
He He He He					* * * * * * * * * * * * * * * * * * *		
					No ale ale		
、米、米、米、米、					The sie sie		
	-				The Sie Sie Sie		
					الله الله الله الله		
					منه منه منه		
The also also also	28 (747, M100				مزه مزه مزه		
الله ماه ماه ماه	୍ଥାନ ସ୍ଥାନ ସ୍ଥାନ ସ୍ଥାନ	ര പ്ര പ്ര	Mo othe othe on	ب د دورو	الله عله عله عله		
الله عله عله عله ما		1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		مانه مانه مان	o die die die		
الله من من من	مَنْ مَنْ مَنْ مَنْ مَنْ		الله عله عله عله	مانه مانه			
منه منه منه من	منه منه منه	مانه مانه مان		مِنْهُ مِنْهُ مِنْ	منه منه منه		
The offer offer offer	منه منه منه	المراب المراب	مِنْهُ مِنْهُ مِنْهُ	مانه مانه	مِنْهُ مِنْهُ مِنْهُ مِنْهُ		
	مانه مانه مانه	الله عليه عليه	مَانُهُ مَانُهُ مَانُهُ		مِنْهِ مِنْهِ مِنْهِ		
ماد ماد ماد من ماد م			200		100		

oje Me

STO



Sile Sile 

٩ عاره

Sie Sign of the same

ماره

No.

1

W.

北 3/0

Sie

Sign of the same Sign of

Ne

عاره 

3/0

No.

3

Sign of the ٩ N.

3/6

1 3 oje

No.

W.

3/10

N.

No.

No.

W.

3/6

3

N.

3/0

No.

3

ماره

SHO.

W. W.

W.

3

NA CHARLES

مزو

ماره

N/O

aje

ماره aje

مَانُو

ماره

SHO.

Sign of the same 3

ماره

Sign of the same o

3

Sign of

œ œ œ

oje oje

3/0

STO

W.

Sign of the same

1

Nin

5582

Ne

عازه

عنو

W.

مازه

65

3/0

STO. STO

No.

No.

Sign of عاره

N.

٩ Sign of the same

ماره 3/0

ماره STO عازه

SHO. STO

, Sie

SHO.

٩١٥

STO

STO

SHO.

ماره

3/0

No. ماره

٩ No.

عازه Sign of the same o

3

3

Ä.

W.

AC NO

W.

3/0

3/0

مزو

Sile.

Sign of 

aje.

of the

ماره

SHO SHO

Silve Silve

STO

3

مازه

3